

## Оглавление

Введение .....	3
1. Литературный обзор.....	4
1.1. Метаматериалы .....	4
1.2. LC-модель кольцевого резонатора.....	6
1.3. Свойства цепочек наночастиц .....	8
1.4. Масштабируемые цепочки наночастиц .....	9
2. Исследование волн в бесконечных масштабируемых цепочках.....	11
3. Исследование волн в конечных масштабируемых цепочках .....	20
3.1. Эффекты отражения .....	20
3.2. Аналитическая модель для волн в конечной цепочке .....	22
3.3. Получение численного решения .....	24
4. Заключение.....	28
Литература .....	29

## **Введение**

В последнее время большое внимание уделяется получению и исследованию метаматериалов – искусственных материалов, состоящих из резонансных элементов. Такой интерес обусловлен широким спектром необычных свойств, которыми могут обладать такие материалы. Также происходит развитие различных устройств, предназначенных для работы с оптическим излучением – наноантенн, оптических волноводов и т.п.

В данной работе представлена «магнитная нанолинза» – устройство для фокусировки переменного магнитного поля. Она представляет собой аксиальную цепочку кольцевых резонаторов, которые масштабируются таким образом, что размер резонаторов и расстояние между ними уменьшается с увеличением порядкового номера резонатора.

Показано, что в такой цепочке возможен эффект усиления магнитного поля, создаваемого резонаторами, сопровождающийся локализацией магнитного поля в области порядка нескольких десятков нанометров.

Построена аналитическая модель, учитывающая дисперсионные характеристики возникающих в цепочке волн, а также эффекты отражения от концов цепочки. В рамках указанной модели произведены оценки результирующего коэффициента усиления магнитного поля, согласно которым может иметь место усиление на 1-2 порядка.

Получено численное решение для колебаний в конечной цепочке, демонстрирующее наличие эффекта усиления магнитного поля; значение коэффициента усиления на резонансной частоте при этом достигает 50.

# 1. Литературный обзор

## 1.1. Метаматериалы

С начала XXI века много внимания уделяется исследованию и изготовлению метаматериалов – искусственных материалов, представляющих собой сложные структуры, ведущие себя по отношению к внешнему излучению, как сплошная среда. Отличие таких материалов от обычных композитов состоит в наличии резонансных элементов (мета-атомов). Вид резонанса определяет свойства метаматериала. Большая свобода в выборе резонансных элементов позволяет получать метаматериалы, обладающие весьма необычными, а главное – наперед заданными свойствами. В их числе – отрицательный коэффициент преломления [1], среды с близкими к нулю  $\epsilon$  и  $\mu$  [2], сложные пространственные распределения коэффициентов  $\epsilon$  и  $\mu$  [3] и чрезвычайно высокая киральность [4]. С помощью таких материалов созданы оптические антенны [5], поглотители излучения [6], реализованы эффекты сверхразрешения (superresolution) [7-10] и электромагнитной маскировки объектов (cloaking) [3].

Одной из первых работ в этой серии стала работа [11], демонстрирующая возможность создания искусственного магнетика из немагнитных материалов. Для этого автор предлагает использование кольцевых резонаторов (split-ring resonator или SRR), которые представляют собой проводящие кольца с небольшим зазором (рис. 1).

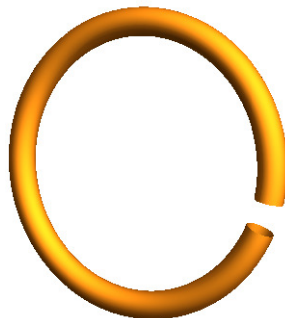


Рис 1. Схематичный внешний вид кольцевого резонатора.

При помещении такого резонатора в однородное переменное магнитное поле (например, при облучении внешней электромагнитной волной с длиной, много большей линейных размеров резонатора) в нем возбуждаются циркулярные колебания тока и, следовательно, магнитного момента. Метаматериал, составленный из таких резонаторов, приобретает в переменных полях ярко выраженные магнитные свойства. Наличие эффективной магнитной

восприимчивости среды обнаруживается из анализа спектров отражения и прохождения (рис. 2) [12-14].

Код поля изменен  
Отформатировано: русский (Россия)

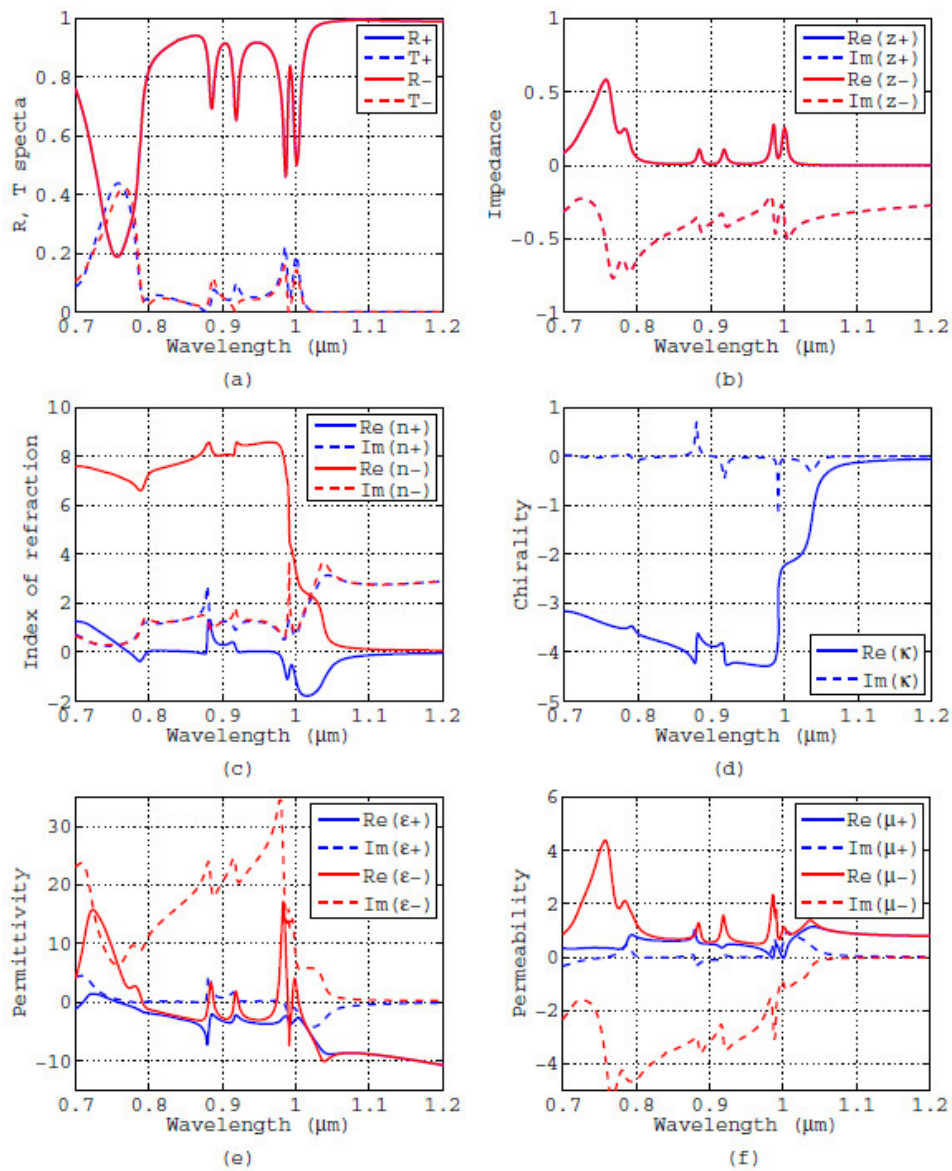


Рис. 2. Измеренные спектры отражения и прохождения (a) и восстановленные по ним эффективные параметры метаматериала – импеданс (b), показатель преломления (c), киральность (d), диэлектрическая (e) и магнитная (f) проницаемости. Знаки + и – соответствуют волнам с двумя разными поляризациями. Рисунок из работы [14].

Впоследствии были изучены многочисленные модификации кольцевых резонаторов, такие как одинарные [15] и двойные кольца [16, 17], спирали [18], резонаторы с одним, двумя и четырьмя зазорами [19], а также прочие, иногда совсем неочевидные геометрические структуры. С переходом к работе в оптическом диапазоне исследованы были также П-образные резонаторы, парные металлические полосы и «сеточные» метаматериалы[20].

Благодаря резонансному характеру зависимости амплитуды индуцированного на резонаторе магнитного момента от частоты можно подобрать такие параметры, при которых колебания будут происходить в противофазе с внешним полем. В этом случае достаточно мощный резонанс создает отрицательную магнитную проницаемость. Аналогичного эффекта можно добиться в отношении диэлектрической проницаемости с помощью металлических стержней или проводов определенного размера [21, 22]. Возможность варьировать геометрические параметры мета-атомов в широких пределах позволяет совместить диапазоны частот, в которых отрицательны диэлектрическая и магнитная проницаемость метаматериала. В этом случае он становится левой средой, обращающей многие электромагнитные эффекты [1]. Одно из возможных применений левой среды – создание суперлинзы, способной преодолеть дифракционный предел[7-10].

## 1.2. LC-модель кольцевого резонатора

Для описания поведения кольцевого резонатора в переменном магнитном поле часто используется модель колебательного LC-контура[15, 23-26]. В ней кольцо выполняет функцию катушки индуктивности, а зазор в кольце – конденсатора.

Таким образом, колебания заряда в резонаторе описываются дифференциальным уравнением того же вида, что и в колебательном контуре:

$$\ddot{q}(t)L + \dot{q}(t)R + q(t)/C = \varepsilon_{\text{внеш}}(t)$$

Здесь  $\varepsilon_{\text{внеш}}(t)$  – внешняя ЭДС, порождаемая электромагнитным полем падающей волны, источника типа излучающего атома или соседних наночастиц. Если  $\varepsilon_{\text{внеш}}(t)$  зависит от времени по гармоническому закону  $\varepsilon_{\text{внеш}} = \varepsilon_0 \exp(-i\omega t)$ , то резонатор также совершает колебания с частотой  $\omega$ , амплитуда которых зависит от частоты и достигает максимума вблизи собственной частоты резонатора (см. рис. 3).

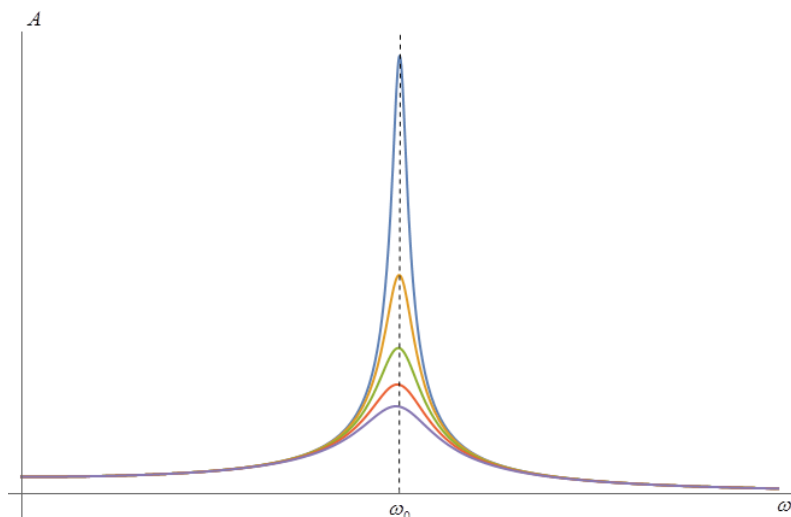


Рис. 3. График амплитудно-частотной характеристики колебательного контура при разных значениях коэффициента затухания.

Отдельно стоит упомянуть особенности элементов метаматериала, предназначенного для работы в оптическом диапазоне. Поскольку в природе не существует материалов, имеющих выраженные магнитные свойства на оптических частотах, создание таких метаматериалов представляет определенный интерес.

Прежде всего, такой выбор рабочей частоты накладывает ограничения на размер элементов метаматериала – чтобы он вел себя, как однородная среда, размер каждого резонатора должен быть существенно меньше длины падающей волны ( $\ll 500\text{нм}$  в случае оптического излучения). Это создает определенные технологические трудности для изготовления таких резонаторов. В связи с этим форма резонатора претерпела некоторые изменения – вместо кольца с зазором часто используют П-образные конструкции или просто парные металлические полоски [20].

Также, при переходе к нано-масштабам значительную роль играет такое явление как кинетическая индуктивность [27]. Оно связано с инерционностью электронов в металле. Для качественного описания этого явления рассмотрим в приближении Друде резонатор в форме кольца радиуса  $R$  и площадью сечения  $\sigma$ , по которому течет ток  $I$ . Суммарная кинетическая энергия всех электронов в резонаторе:

$$E_{kin} = N \frac{m_e v^2}{2} = n_e 2\pi R \sigma \frac{m_e v^2}{2} = n_e^2 2\pi R \sigma^2 \frac{m_e e^2 v^2}{\sigma n_e 2e^2} = 2\pi R m_e \frac{I^2}{\sigma n_e 2e^2} = \frac{L_{kin} I^2}{2}$$

Здесь  $m_e$ ,  $e$  и  $v$  – масса, заряд и скорость электрона,  $n_e$  – концентрация, а  $N$  – общее число электронов в резонаторе. Как видно, кинетическая энергия прямо пропорциональна квадрату тока. Ее можно формально отождествить с энергией самоиндукции, тогда коэффициент  $L_{kin}$ , равный

$$L_{kin} = \frac{2\pi R m_e}{\sigma n_e e^2}, \quad (1)$$

будет играть роль коэффициента самоиндукции, складываясь с обычной – магнитной – индуктивностью кольца. Стоит обратить внимание, что кинетическая индуктивность (1) обратно пропорциональна линейному размеру кольца, а обычная – прямо пропорциональна. Именно это является причиной пренебрежимой малости кинетической индуктивности, когда речь идет о макроскопических телах.

Наконец, уменьшение размеров резонаторов приводит к увеличению потерь (например, за счет рассеяния электронов на поверхности металла), что ослабляет и в конце концов сводит на нет эффект резонанса.

### 1.3. Свойства цепочек наночастиц

Помимо разработки оптических метаматериалов также активно исследуются волноводы оптического излучения [28-31]. Впервые в качестве такого волновода было предложено использовать цепочку сферических наночастиц [29] (см. рис. 4). Его принцип действия основан на электрическом взаимодействии элементов, благодаря которому энергия передается от одних частиц другим, что приводит к образованию бегущих волн. Эти волны были подробно исследованы, для них были составлены дисперсионные уравнения и построены дисперсионные кривые[30].

Поскольку поле, создаваемое каждой частицей, локализовано в области, соизмеримой с размерами частицы, передача энергии такими волноводами может осуществляться на субволновом уровне, что недоступно для классических волноводов. С другой стороны, открытая конструкция неизбежно приводит к появлению потерь энергии на излучение наряду с омическими потерями.

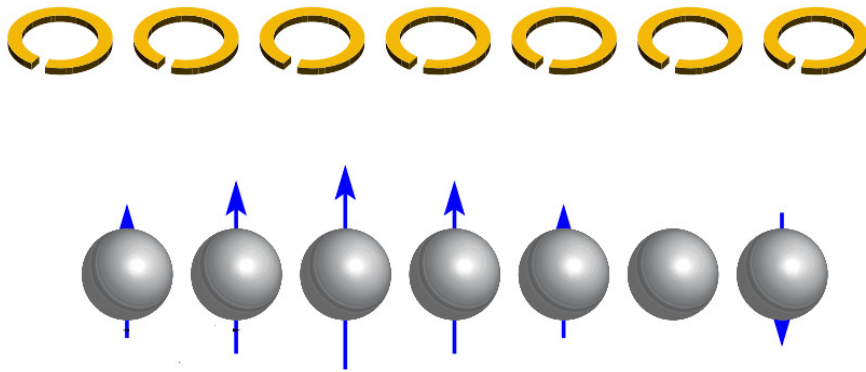


Рис. 4. Цепочка кольцевых резонаторов в планарной конфигурации (вверху) и цепочка сферических наночастиц (внизу). Рисунок из работы [31].

Отформатировано: русский (Россия)

Отформатировано: русский (Россия)

Аналогичным образом ведет себя цепочка, составленная из кольцевых резонаторов. Связь между ними, в отличие от сферических частиц, является магнитоиндуктивной. Дисперсионное уравнение для такой цепочки было получено и решено в работе [31]. Авторы отмечают сходный характер поведения волн в цепочках из кольцевых резонаторов и сферических наночастиц и предлагают использовать этот факт для предварительной экспериментальной проверки эффектов, ожидаемых от цепочек наночастиц, на цепочках кольцевых резонаторов. Это существенно упростит экспериментальные исследования плазмонных наноцепочек.

#### 1.4. Масштабируемые цепочки наночастиц

Одновременно с интенсивным исследованием дискретных волноводов был открыт эффект нанофокусировки электрического поля самоподобной цепочкой сферических наночастиц [32]. В такой цепочке радиус каждой последующей частицы в  $\xi$  раз меньше радиуса предыдущей (таким же образом масштабируются расстояния между соседними частицами).

Добавление масштабирования привело к тому, что по мере распространения электромагнитная волна локализуется во все меньшем объеме между частицами, а ее амплитуда и плотность энергии, соответственно, возрастают. Таким образом, между двумя наименьшими частицами образуется «hot spot» - область максимальной фокусировки электрического поля. Общее увеличение амплитуды поля может достигать трех порядков, что может быть полезным для исследования слабых электромагнитных эффектов, например, спектроскопии отдельных молекул.



Чуть позже было показано, что способностью к субволновой фокусировке также обладает сплошной металлический нановолновод конической формы [33].

Работа [32] вызвала большой интерес, и следом за ней был проведен ряд исследований масштабируемых цепочек наночастиц различной формы [34-36]. Помимо фокусирующих свойств, в них также изучается способность таких цепочек выступать в роли оптических наноантенн – устройств наноскопического размера, способных эффективно излучать электромагнитные волны оптического диапазона. Наноантенны могут быть использованы для осуществления взаимодействия оптического излучения с нанообъектами через ближнее поле.

В рамках данной работы предлагается объединить идеи фокусирующих самоподобных цепочек и искусственного магнетизма для получения «магнитной нанолинзы». Рассматриваемая «линза» представляет собой цепочку масштабируемых кольцевых резонаторов, настроенных на одну и ту же резонансную частоту. При возбуждении колебаний в первом кольце (например, магнитным полем внешней электромагнитной волны или электрическим диполем, помещенным в зазор резонатора) создаваемое им электромагнитное поле воздействует на следующее кольцо, возбуждая, в свою очередь, колебания в нем. По мере передачи энергии колебаний меньшим кольцам магнитное поле концентрируется во все меньшем объеме, и образуется «hot spot», аналогичная таковой в цепочке Бергмана-Стокмана.

Данное устройство, как и обычные плазмонные концентраторы, может найти применение в области термомагнитной [37] и магнитооптической [38] записи – перспективном направлении, позволяющем ожидать появления технологий записи информации с повышенной плотностью и скоростью записи. Также эффект магнитной нанофокусировки может оказаться полезен при исследовании явлений сверхбыстрого перемагничивания и управления магнитными вихрями [39, 40].

## 2. Исследование волн в бесконечных масштабируемых цепочках

Цепочки наночастиц с масштабированием обладают особенностями, не свойственными цепочкам одинаковых частиц. В данном разделе исследуются дисперсионные характеристики волн, распространяющихся в масштабируемых цепочках без учета граничных эффектов. Показано, что масштабирование приводит к фокусировке волн, распространяющихся вдоль цепочки.

Рассмотрим бесконечную цепочку кольцевых резонаторов в коаксиальной геометрии (см. рис. 5), обозначив геометрические параметры системы – радиус кольца  $R_n$  и радиус поперечного сечения  $a_n$ , где  $n$  – номер кольца.

Учтем масштабирование, считая, что каждый следующий элемент меньше предыдущего с коэффициентом подобия  $\xi < 1$ , т.е. верны соотношения  $R_{n+1} = \xi R_n$  и  $a_{n+1} = \xi a_n$ . Лишь для величины зазора в кольце оставим зависимость от  $n$  произвольной (для сохранения одинакового значения собственной частоты каждого резонатора, см. обсуждение после формулы (4)). Пусть расстояние между плоскостями колец масштабируется пропорционально размеру кольца:  $l_{n,n+1} = \kappa R_n$ , где  $\kappa$  – заданная константа.

Резонатор с номером  $n$  будем приближенно рассматривать как колебательный контур (см. раздел 1.2) со значениями емкости, индуктивности и сопротивления  $C_n$ ,  $L_n$  и  $\rho_n$ , соответственно. Тогда уравнение, описывающее колебания заряда в резонаторе, имеет вид

$$L_n \ddot{q}_n + \rho_n \dot{q}_n + q_n C_n^{-1} = \sum_{m \neq n} \varepsilon_{mn} \quad (2)$$

где  $q_n$  – смещение заряда в резонаторе,  $\varepsilon_{mn}$  – ЭДС, действующая на  $n$ -ый резонатор со стороны  $m$ -ого. В данной работе рассматривается чисто магнитный характер взаимного влияния. Электрическое взаимодействие и его вклад в общие свойства системы представляет собой вопрос отдельного исследования. Таким образом,  $\varepsilon_{mn}$  есть ЭДС взаимной индукции:

$$\varepsilon_{mn} = L_{mn} \ddot{q}_m, \quad (3)$$

где коэффициент взаимной индукции  $L_{mn} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{d\vec{l}_m d\vec{l}_n}{R_{mn}}$  рассчитывался численно, исходя из радиусов взаимодействующих колец и расстояния  $l_{m,n}$  между ними.

Отформатировано:  
Проверка правописания

Удалено: (4)

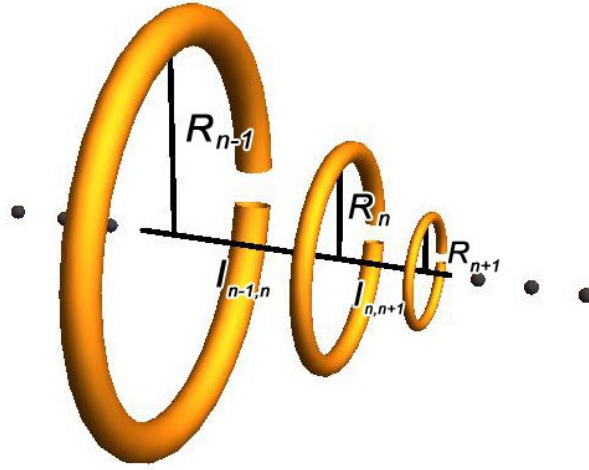


Рис. 5. Отрезок бесконечной самоподобной цепочки.  $R_{n+1} = \xi R_n$ ,  $l_{n,n+1} = \kappa R_n$

В первом приближении можно принимать во внимание лишь взаимодействие соседних колец:  $L_{mn} \neq 0$  только при  $m = n \pm 1$ . Тогда уравнение (2) принимает вид

$$\ddot{q}_n + \frac{\rho_n}{L_n} \dot{q}_n + \frac{q_n}{L_n C_n} = -\frac{L_{n-1,n}}{L_n} \ddot{q}_{n-1} - \frac{L_{n+1,n}}{L_n} \ddot{q}_{n+1} \quad (4)$$

Здесь коэффициенты перед  $\ddot{q}_{n\pm 1}$  отрицательны в силу правила Ленца. Обозначим в этом уравнении коэффициент затухания  $\gamma = \rho_n / 2L_n$  и собственную частоту резонатора  $\omega_0^2 = 1 / L_n C_n$ , которые будем считать независимыми от  $n$ . Постоянство  $\omega_0$  можно обеспечить надлежащим выбором  $C_n$  путем задания величины зазора в кольце.

Будем искать решение в виде бегущей волны смещения зарядов:  $q_n \propto \exp[i(kn - \omega t)]$ . Тогда уравнение (4) приводится к виду

$$\frac{\omega^2 + 2i\omega\gamma - \omega_0^2}{\omega^2} = -\frac{L_{n-1,n}}{L_n} e^{-ik} - \frac{L_{n+1,n}}{L_n} e^{ik}. \quad (5)$$

Взаимная индуктивность пропорциональна линейному размеру колец, поэтому  $L_{n+1,n} = \xi L_{n-1,n}$  (т.к.  $L_{n+1,n} / L_{n-1,n} = R_n / R_{n-1} = \xi$ ).

Собственная индуктивность кольца состоит из двух частей – магнитной и кинетической. Первая рассчитывается по формуле для индуктивности одиночного витка круглого сечения [41]:

$$L_{magn} = \mu_0 R_n \left( \ln \left( \frac{8R_n}{a_n} \right) + Y - 2 + O \left( \frac{a_n^2}{R_n^2} \right) \right). \quad (6)$$

Здесь  $a_n$  – радиус поперечного сечения кольца,  $Y$  – константа, отвечающая за учет скин-эффекта (в частности, случаю слабого скин-эффекта соответствует значение  $Y = 1/4$ ).

Кинетическая индуктивность находится из условия равенства кинетической энергии электронов и энергии самоиндукции и равняется (см. (1)):

$$L_{kin} = \frac{2R_n m_e}{a^2 n_e e^2}$$

Таким образом, суммарная индуктивность

$$L = L_{magn} + L_{kin}$$

зависит от радиуса кольца сложным немонотонным образом (см. рис. 6).

Подставляя найденное значение индуктивности в (5), получаем в итоге уравнение:

$$\frac{\omega^2 + 2i\omega\gamma - \omega_0^2}{\omega^2} = -\frac{\eta}{\xi} e^{-ik} - \eta e^{ik}, \quad (7)$$

где параметр взаимодействия с соседями

$$\eta = \frac{L_{n+1,n}}{L_{magn} + L_{kin}} = \frac{\frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{d\vec{l}_m d\vec{l}_n}{R_{mn}}}{\mu_0 R_n \left( \ln \left( \frac{8R_n}{a} \right) + Y - 2 + O \left( \frac{a^2}{R_n^2} \right) \right) + \frac{2R_n m_e}{a^2 n_e e^2}} \quad (8)$$

определяется геометрией системы и свойствами материала, из которого изготовлен резонатор.

Отформатировано:  
Проверка правописания

Удалено: (5)

Отформатировано: русский  
(Россия)

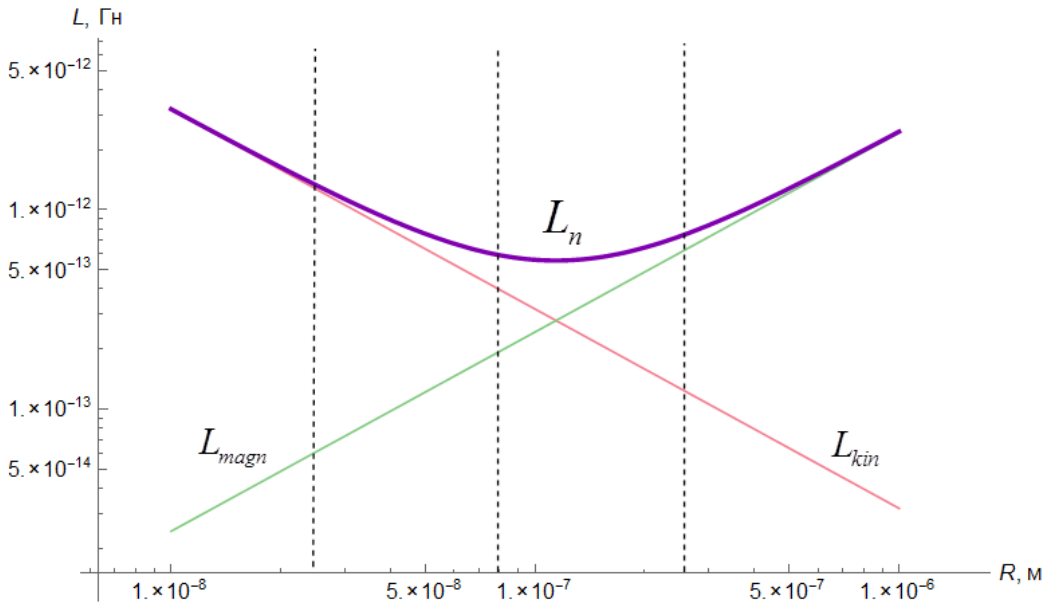


Рис. 6. Зависимость вкладов индуктивности от размера кольца в логарифмических координатах. Пунктирные линии обозначают положения на оси масштабов колец, выбранных для построения цепочки конечной длины в разделе 3.3.

Теперь решим это дисперсионное уравнение. Для этого выполним над его правой частью следующие преобразования:

$$\begin{aligned} -\frac{\eta}{\xi} e^{-ik} - \eta e^{ik} &= -\frac{\eta}{\sqrt{\xi}} \left( \frac{1}{\sqrt{\xi}} e^{-ik} + \sqrt{\xi} e^{ik} \right) = -\frac{\eta}{\sqrt{\xi}} \left( e^{-0.5 \ln \xi - ik} + e^{0.5 \ln \xi + ik} \right) = \\ &= -\frac{2\eta}{\sqrt{\xi}} \operatorname{ch}(0.5 \ln \xi + ik) = -\frac{2\eta}{\sqrt{\xi}} \cos(0.5 i \ln \xi - k) \end{aligned}$$

Отсюда выразим волновое число:

$$k = \pm \arccos \left( \frac{\sqrt{\xi} \omega^2 + 2i\omega\gamma - \omega_0^2}{2\eta \omega^2} \right) \mp \pi + 0.5 i \ln \xi. \quad (9)$$

Остановимся подробнее на анализе этой формулы. Для этого рассмотрим упрощенный вариант решения для системы, лишенной омических потерь:  $\gamma = 0$ . В этом случае под знаком аркосинуса оказывается выражение:

$$\frac{\sqrt{\xi}}{2\eta} \left( 1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \right). \quad (10)$$

Это действительное число, принимающее значения от  $-\infty$  при  $\omega \rightarrow 0$  до  $\sqrt{\xi}/2\eta$  при  $\omega \rightarrow \infty$ . Однако, как известно, область определения арккосинуса равна  $[-1;1]$ . Это приводит к образованию «разрешенной зоны» – области значений  $\omega$ , при которых значение выражения (10) лежит в интервале  $[-1;1]$ , а арккосинус в формуле (9) остается действительным числом. За пределами разрешенной зоны происходит быстрый рост мнимой части арккосинуса, а его действительная часть становится равной 0 или  $\pi$  (см. рис. 7).

Удалено: (10)

Отформатировано:  
Проверка правописания

Удалено: (9)

Отформатировано:  
Проверка правописания

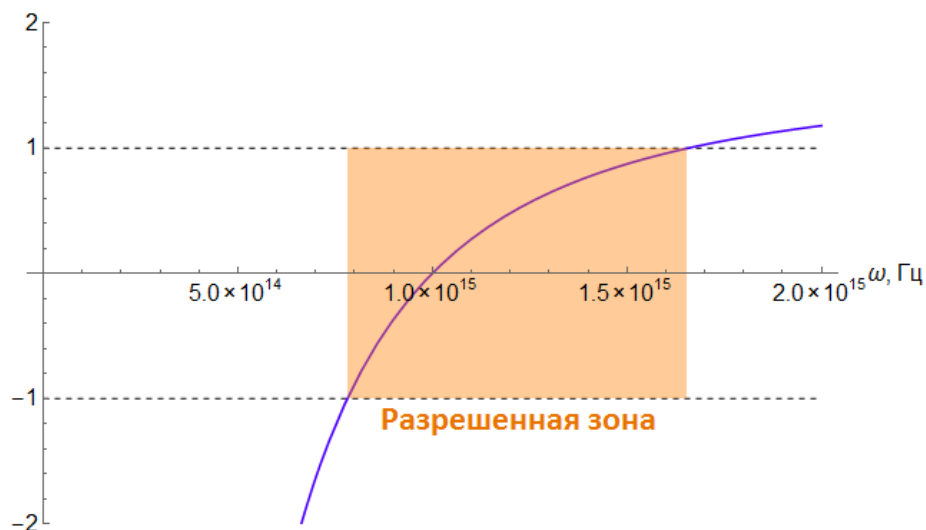


Рис. 7. График зависимости значения выражения (10) от частоты  $\omega$ . Область, в которой это значение лежит в интервале  $[-1,1]$ , называется разрешенной зоной.

Отформатировано:  
Проверка правописания

Удалено: (10)

Здесь и далее используется значение собственной частоты  $\omega_0 = 10^{15}$  Гц и коэффициент затухания  $\gamma = 0.02\omega_0$ , если не оговорено иное. Такой выбор обусловлен желанием приспособить устройство для работы в оптическом диапазоне. Тем не менее, все результаты, полученные далее в рамках данной работы, остаются справедливыми и при другом выборе значения собственной частоты. Таким образом, при желании система может быть адаптирована для работы в разных частотных диапазонах.

Нижняя граница зоны существует всегда и соответствует значению частоты

$$\omega_{min} = \frac{\omega_0}{1 + \frac{2\eta}{\sqrt{\xi}}}.$$

Существование верхней границы определяется условием: если  $2\eta < \sqrt{\xi}$ , то значение выражения (10) превосходит единицу при значениях частоты, превышающих

Отформатировано:  
Проверка правописания

Удалено: (10)

$$\omega_{max} = \frac{\omega_0}{1 - \frac{2\eta}{\sqrt{\xi}}}.$$

В случае, если  $2\eta > \sqrt{\xi}$ , выражение под арккосинусом не достигает единицы ни при каких значениях  $\omega$  и зона получается неограниченной сверху.

Напомним, параметр  $\eta$  характеризует отношение взаимной индуктивности колец к собственной. Таким образом, можно видеть, что при более сильном взаимодействии зона становится шире, а при  $\eta \rightarrow 0$ , наоборот, «схлопывается» в окрестности  $\omega_0$  – происходит резонанс изолированного кольца на собственной частоте (см. правую колонку рис. 8, в особенности – 8 г).

Добавление в систему омических потерь –  $\gamma \neq 0$  – не повлечет за собой существенного изменения полученных результатов в силу малости коэффициента  $\gamma$  по сравнению с собственной частотой  $\omega_0$ . Оно лишь слегка «размоет» границы зон и внесет небольшие искажения в результирующее выражение для волнового числа.

Вторым важным результатом, вытекающим из формулы (9), является сдвиг «мнимых» ветвей дисперсионных кривых влево на величину  $-0.5 \ln \xi$  по сравнению с решением для цепочки без масштабирования (ср. рис. 8 а–в и б–г). Главным следствием этого является то, что в разрешенной зоне для волны с положительной групповой скоростью  $\frac{\partial \omega}{\partial \text{Re}(k)}$  мнимая часть волнового числа становится отрицательной. Это означает увеличение амплитуды волны, бегущей в направлении «острия» цепочки – от больших колец к меньшим.

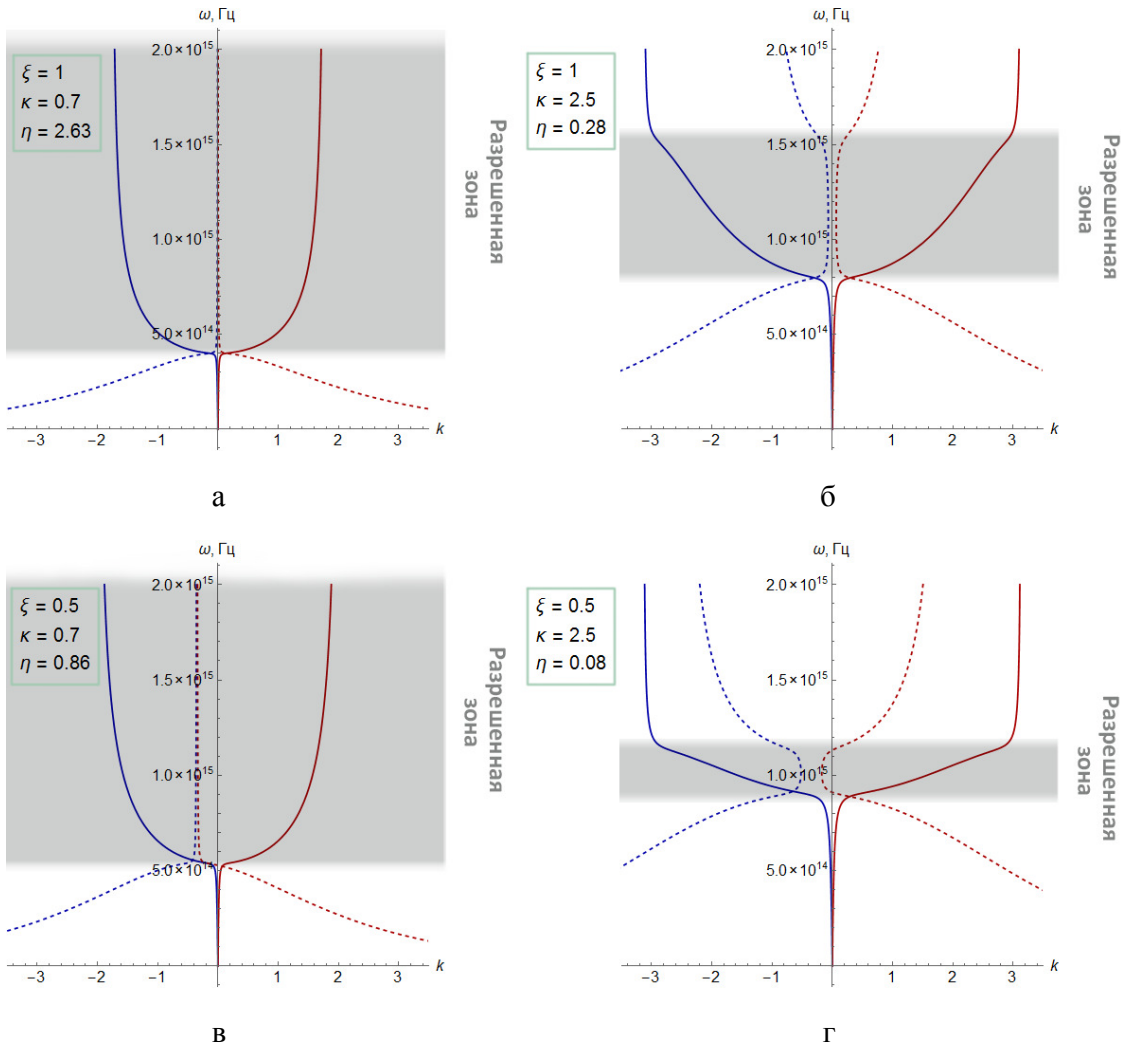


Рис. 8. Дисперсионные кривые для волн в цепочке колец: а, б – в отсутствие масштабирования (для волны смещения зарядов); в, г – при наличии масштабирования (для волны смещения зарядов). Сплошные линии обозначают действительные части волновых чисел, пунктирные – мнимые. Левая и правая колонки соответствуют случаям сильного и слабого взаимодействия.

Магнитное поле, создаваемое круговым контуром с током в своем центре прямо пропорционально протекающему по контуру току и обратно пропорционально радиусу контура. Вследствие этого, при переходе к рассмотрению волн магнитного поля, создаваемого кольцами цепочки, возникает еще один усиливающий эффект, математически выражающийся дополнительным сдвигом «мнимых» дисперсионных кривых влево на  $-\ln \xi$  (см. рис. 9).



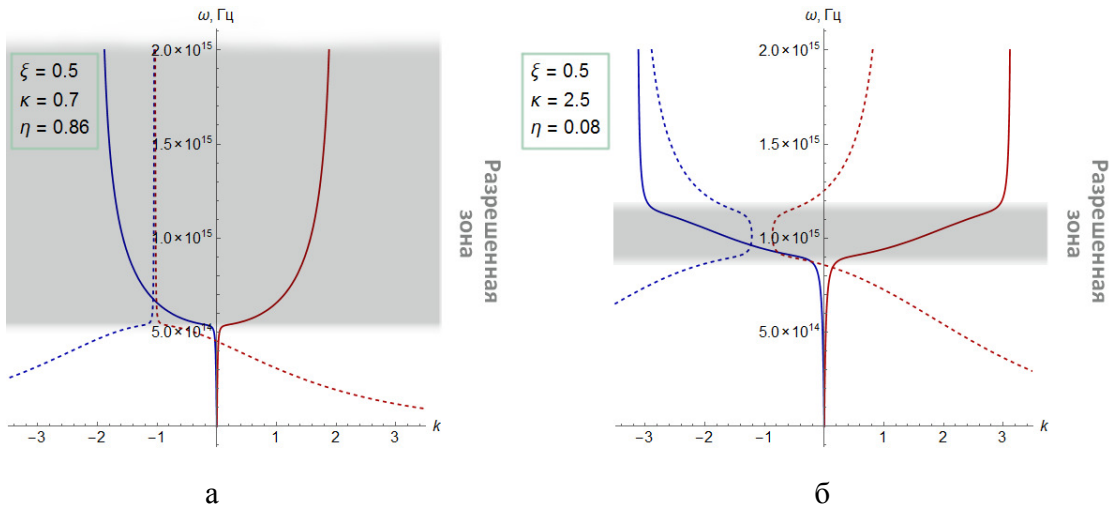


Рис. 9. Дисперсионные кривые для волн магнитного поля: а – случай сильного взаимодействия, б – слабого.

Итак, в отсутствие масштабирования мнимые части волновых чисел принимают малые положительные значения – имеет место затухание волн, связанное с омическими потерями. Мнимые ветви дисперсионных кривых при этом проходят по обе стороны оси частот, не пересекая ее (см. рис. 8 а, б). При появлении масштабирования происходит сдвиг мнимых ветвей влево на величину  $-0.5 \ln \xi$  (см. рис. 8 в, г). В этом случае мнимая часть волнового числа одной из волн становится отрицательной в пределах разрешенной зоны – возникает эффект усиления. Мнимые ветви дисперсионных кривых для волн магнитного поля получают дополнительный сдвиг влево на  $-\ln \xi$  (см. рис 9); это означает, что амплитуда магнитного поля растет быстрее, чем амплитуда смещения заряда.

Увеличение расстояния между кольцами (за которое отвечает параметр  $\kappa$ ) приводит к ослаблению взаимодействия и, как следствие, к сужению разрешенной зоны – ср. графики на рис. 8 в правой и левой колонках.

Таким образом, связь волновых чисел  $k_1 = -k_2$ , характерная для волн, бегущих в противоположные стороны в периодической цепочке без масштабирования, нарушается. В разрешенной зоне в отсутствие потерь она принимает вид  $k_1 = -k_2^*$ . В случае с потерями «мнимые» ветви дисперсионных кривых незначительно расходятся, так что волновые числа  $k_1$  и  $k_2$  можно записать в виде  $k_1 = k' + i(k'' + k_\delta)$  и  $k_2 = -k' + i(k'' - k_\delta)$ .

Стоит отметить также еще одну важную особенность решения (9).

Удалено: (9)

Отформатировано:  
Проверка правописания

Выражение для волнового числа содержит параметр  $\eta = \frac{L_{n,n+1}}{L_n}$ , величина которого

различна для разных колец, так как взаимная и собственная индуктивности зависят от номера  $n$  разным законам. Следовательно, значение волнового числа сильно зависит от того, для какого кольца было записано исходное уравнение (2),

Удалено: (2)

Отформатировано:  
Проверка правописания

и непостоянно при распространении волны вдоль цепочки. Однако, в случае, если колебания происходят на резонансной частоте  $\omega = \omega_0$ , формула (9) приводится к виду:

Отформатировано:  
Проверка правописания

Удалено: (9)

$$k = \pm \arccos \left( i \frac{\sqrt{\xi}}{\eta} \frac{\gamma}{\omega_0} \right) \mp \pi + 0.5i \ln \xi.$$

Тогда под знаком арккосинуса оказывается малое мнимое число. В этом случае действительная часть волнового числа равна  $\pm \frac{\pi}{2}$  (в зависимости от направления распространения) для любого  $n$ , а мнимая состоит из регулярной части  $0.5i \ln \xi$  и малой поправки, связанной с омическими потерями и зависящей от  $n$ . Это значит, что волны, бегущие по цепочке с частотой, близкой к резонансной, обладают волновым числом с постоянной действительной и медленно меняющейся мнимой частью. Этот вывод пригодится нам при рассмотрении цепочек конечной длины (см. раздел 3.2).

Таким образом, мы показали, что в бесконечной цепочке масштабируемых кольцевых резонаторов возможен эффект усиления амплитуды магнитного поля при распространении волны по направлению к меньшим кольцам.

### 3. Исследование волн в конечных масштабируемых цепочках

#### 3.1. Эффекты отражения

При переходе к рассмотрению цепочек, состоящих из конечного числа элементов, в первую очередь нужно уделить внимание граничным эффектам, а именно отражению волн от конца цепочки. Полная картина эволюции системы складывается из представления о характере распространения волн по цепочке и способе их отражения от ее границ.

Итак, рассмотрим полубесконечную цепочку, заканчивающуюся резонатором с номером  $N$ . Пусть по этой цепочке бежит две волны с комплексными амплитудами  $A$  и  $B$  и волновыми числами  $k_1$  и  $k_2$  соответственно (см. рис. 10).

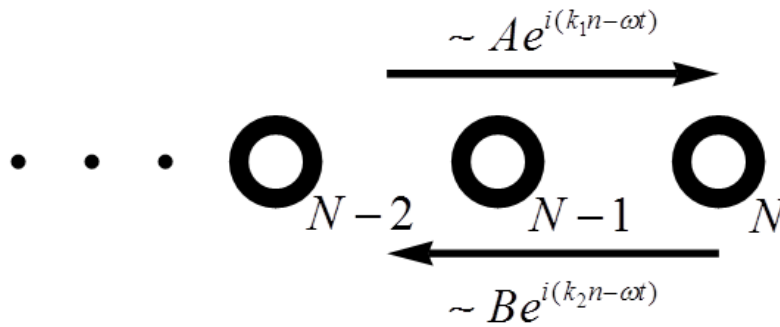


Рис. 10. Схематичное изображение границы полубесконечной цепочки и двух распространяющихся по ней волн.

Локальные амплитуды этих волн на  $N$ -ом связаны между собой через коэффициент  $r$ :

$$B e^{i(k_2 N - \omega t)} = r A e^{i(k_1 N - \omega t)},$$

откуда

$$B = r A e^{iN(k_1 - k_2)}.$$

Амплитуда колебаний на  $n$ -ом кольце, таким образом, складывается из этих волн:

$$q_n = A e^{i(k_1 n - \omega t)} + B e^{i(k_2 n - \omega t)} = A e^{-i\omega t} \left( e^{ik_1 n} + r e^{i(k_2 n + N(k_1 - k_2))} \right)$$

В частности, для колец с номерами  $N$  и  $N - 1$  получаем:

$$q_N = Ae^{-i\omega t} (e^{ik_1 N} + re^{ik_1 N})$$

$$q_{N-1} = Ae^{-i\omega t} (e^{ik_1(N-1)} + re^{i(k_1 N - k_2)}),$$

а их отношение равно:

$$\frac{q_{N-1}}{q_N} = \frac{e^{-ik_1} + re^{-ik_2}}{1+r} \quad (11)$$

Теперь запишем аналог уравнения (4) для последнего кольца цепочки. Отличие будет состоять в том, что у этого кольца есть взаимодействие лишь с одним из соседних колец, а член, связанный со вторым, пропадает:

Отформатировано:  
Проверка правописания  
Удалено: (4)

$$\ddot{q}_N + \frac{\rho_N}{L_N} \dot{q}_N + \frac{q_N}{L_N C_N} = -\frac{L_{N-1,N}}{L_N} \ddot{q}_{N-1}.$$

Вновь используя соотношение  $q_N \sim \exp(-i\omega t)$ :

$$\frac{\omega^2 + 2i\gamma\omega - \omega_0^2}{\omega^2} = -\frac{\eta}{\xi} \frac{q_{N-1}}{q_N}$$

Подставляя в это равенство отношение амплитуд из формулы (11), получаем уравнение для  $r$ :

$$\frac{\omega^2 + 2i\gamma\omega - \omega_0^2}{\omega^2} = -\frac{\eta}{\xi} \frac{e^{-ik_1} + re^{-ik_2}}{1+r}.$$

Отсюда, коэффициент отражения равен:

$$r = -\frac{e^{-ik_1} + \beta}{e^{-ik_2} + \beta}, \text{ где}$$

$$\beta = \frac{\omega^2 + 2i\gamma\omega - \omega_0^2}{\omega^2} \frac{\xi}{\eta}.$$

График зависимости этого коэффициента от частоты изображен на рис. 11.

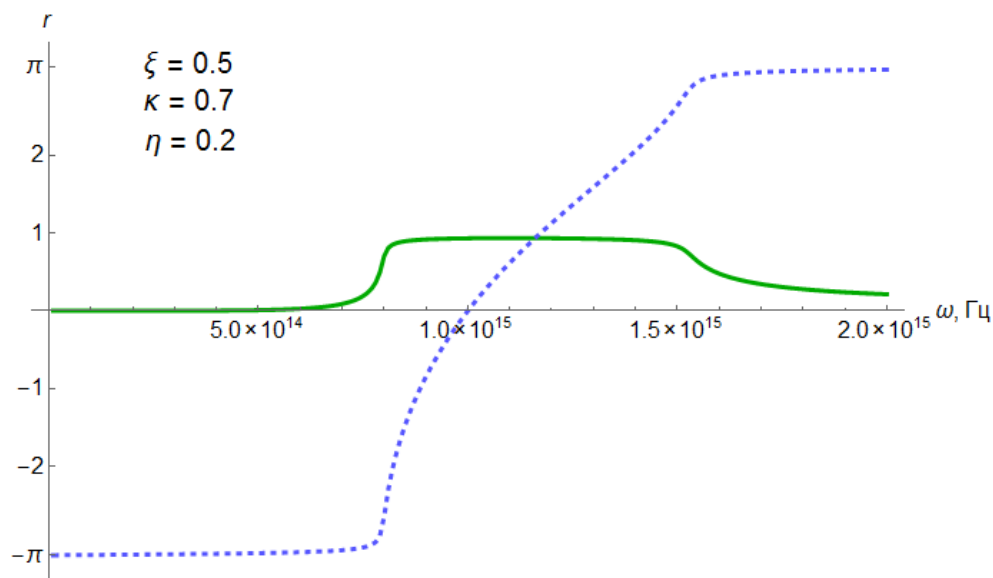


Рис. 11. График зависимости коэффициента отражения  $r$  от частоты. Сплошная линия соответствует модулю  $r$ , пунктирная – аргументу.

Можно видеть, что кривая зависимости модуля  $r$  от частоты образует «плато», расположение которого совпадает с границами разрешенной зоны. В пределах «плато» модуль коэффициента отражения близок к единице, при удалении от него – постепенно обращается в ноль. Значение аргумента  $r$ , соответствующее скачку фазы падающей волны при отражении, равно нулю на резонансной частоте, растет по модулю при удалении от нее и обращается в  $\pm\pi$  на краях и за пределами разрешенной зоны. Это означает, что при отражении от конца цепочки волны, распространяющейся с частотой  $\omega_0$ , падающая и отраженная волны складываются синфазно, усиливая, таким образом, колебания на последнем кольце. По мере удаления частоты волны от резонансной скачок фазы при отражении растет, ослабляя этот эффект взаимного усиления, и при достижении границ зоны колебания происходят уже в противофазе – волны гасят друг друга.

Проведение аналогичных рассуждений для второго конца цепочки даст точно такой же результат.

### 3.2. Аналитическая модель для волн в конечной цепочке

Теперь, имея выражение для коэффициентов отражения на обоих концах, можно перейти к рассмотрению цепочек, ограниченных с двух сторон. Сохраняя обозначение  $N$  для номера последнего кольца цепочки, присвоим первому кольцу

номер  $M$ . Аналогично тому, как это было сделано в начале раздела 3.1, рассмотрим две волны, бегущие по цепочке в разные стороны:

$$\begin{aligned} Ae^{i(k_1 n - \omega t)} \\ Be^{i(k_2 n - \omega t)} \end{aligned} \quad (12)$$

и запишем для них граничные условия на каждом из концов цепочки:

$$\begin{aligned} rAe^{i(k_1 N - \omega t)} &= Be^{i(k_2 N - \omega t)} \\ rBe^{i(k_2 M - \omega t)} &= Ae^{i(k_1 M - \omega t)}. \end{aligned} \quad (13)$$

Необходимо отметить одно важное допущение, сделанное при получении этих соотношений. Оно заключается в том, что волновые числа  $k_1$  и  $k_2$  принимают одинаковые значения на кольцах  $N$  и  $M$ , иными словами, они остаются постоянными при распространении вдоль цепочки. Как было отмечено в конце раздела 2, такое предположение может считаться справедливым, только если частота волн близка или совпадает с собственной частотой  $\omega_0$  элементов цепочки, причем в точности оно выполняется только в случае  $\omega = \omega_0$  и  $\gamma = 0$ . В силу этого все, что будет сказано далее в данном разделе, справедливо только в окрестности  $\omega_0$ .

Выразив  $r$  из системы (13), получим следующее условие:

$$r^2 = e^{i(k_1 - k_2)(M - N)} \quad (14)$$

Это условие определяет возможность существования собственных мод в рассматриваемой нами конечной цепочке. Поскольку незатухающие колебания возможны только в отсутствие потерь, примем для простоты  $\gamma = 0$  и проанализируем в этом приближении условие (14). Кроме того, для строгого выполнения условия постоянства волновых чисел будем считать  $\omega = \omega_0$ .

В этом случае коэффициент отражения оказывается равен единице. Также, можем использовать соотношение для волновых чисел  $k_1 = -k_2^*$ , справедливое в разрешенной зоне в отсутствие потерь, о котором говорилось в конце раздела 2.

С учетом этого условие (14) дает:

$$\operatorname{Re}(k_1)(M - N) = \pi l,$$

где  $l$  – любое целое число.

Далее, так как  $\operatorname{Re}(k_1) = \pi / 2$ , получаем:

$$M - N = 2l.$$

Это означает, что разница между номерами первого и последнего колец должна быть четной, а само количество колец, соответственно, – нечетным. В этом случае возможно существование собственной моды – незатухающего колебания на собственной частоте  $\omega_0$  с максимумом амплитуды на последнем – меньшем – кольце.

Используя полученные результаты, оценим усиливающую способность такой цепочки при возбуждении в ней собственной моды. Для определенности возьмем число составляющих ее колец равным пяти. Мнимая часть волнового числа, характеризующая усиление волны, при определенных выше условиях равна  $1.5i \ln \xi$  (имея в виду волну магнитного поля). Тогда отношение амплитуд волны на крайних элементах цепочки равно  $\exp(-4 \times 1.5 \ln \xi)$ . Принимая, для примера,  $\xi = 0.5$ , получаем для коэффициента усиления  $\exp(-6 \ln 0.5) = 64$ .

При возбуждении колебаний с некоторой отстройкой от  $\omega_0$ , а также в присутствии потерь, эволюция системы уже будет отличаться от незатухающего решения, однако общие закономерности и приблизительное значение коэффициента усиления сохранятся.

Напомним, использование изложенного в данном разделе подхода возможно лишь в окрестности собственной частоты  $\omega_0$ . И хотя эта область является наиболее интересной с точки зрения эффективности усиления магнитного поля (т.к. коэффициент отражения здесь близок к единице, что способствует конструктивной интерференции на конце цепочки и дополнительному усиливающему эффекту; волновое число медленно меняется при движении по цепочке, что делает возможным согласование коэффициентов отражения на обоих концах; а также эта область всегда гарантированно попадает в разрешенную зону), построение общего решения также будет полезным для получения наиболее полного представления о принципах работы устройства и уточнения уже полученных результатов.

### 3.3. Получение численного решения

Поиск решения для конечной цепочки в виде суммы бегущих волн накладывает существенные ограничения на область доступных для исследования параметров. О них было сказано подробно в разделе 3.2. Обойти часть этих ограничений можно, отказавшись от попыток аналитического представления

возникающих в системе колебаний в виде  $q_n \sim \exp[i(kn - \omega t)]$ . Вернемся к уравнению (2), записав его для каждого из колец, входящих в цепочку. Теперь, в отличие от случая бесконечной цепочки, рассмотренного ранее, вы имеем возможность оставить в правой части все члены, входящие в сумму. В целях дальнейшей наглядности рассмотрим простую цепочку, состоящую из трех колец<sup>1</sup>:

Отформатировано:  
Проверка правописания  
Удалено: (2)

$$\begin{cases} \ddot{q}_1 + \frac{\rho_1}{L_1} \dot{q}_1 + \frac{q_1}{L_1 C_1} = -\frac{L_{1,2}}{L_1} \ddot{q}_2 - \frac{L_{1,3}}{L_1} \ddot{q}_3 \\ \ddot{q}_2 + \frac{\rho_2}{L_2} \dot{q}_2 + \frac{q_2}{L_2 C_2} = -\frac{L_{2,1}}{L_2} \ddot{q}_1 - \frac{L_{2,3}}{L_2} \ddot{q}_3 \\ \ddot{q}_3 + \frac{\rho_3}{L_3} \dot{q}_3 + \frac{q_3}{L_3 C_3} = -\frac{L_{3,1}}{L_3} \ddot{q}_1 - \frac{L_{3,2}}{L_3} \ddot{q}_2 \end{cases} \quad (15)$$

Вновь принимая обозначения  $\frac{\rho_n}{L_n} = \gamma$  и  $\frac{1}{L_n C_n} = \omega_0^2$ , а также считая, что колебания в каждом кольце происходят по гармоническому закону  $q_n \propto \exp(-i\omega t)$ , приводим систему (15) к виду:

$$\begin{cases} \frac{\omega^2 + i\gamma\omega - \omega_0^2}{\omega^2} q_1 + \frac{L_{1,2}}{L_1} q_2 + \frac{L_{1,3}}{L_1} q_3 = 0 \\ \frac{\omega^2 + i\gamma\omega - \omega_0^2}{\omega^2} q_2 + \frac{L_{2,1}}{L_2} q_1 + \frac{L_{2,3}}{L_2} q_3 = 0 \\ \frac{\omega^2 + i\gamma\omega - \omega_0^2}{\omega^2} q_3 + \frac{L_{3,1}}{L_3} q_1 + \frac{L_{3,2}}{L_3} q_2 = 0 \end{cases} \quad (16)$$

Это система линейных алгебраических уравнений, которую можно записать в матричном виде:

<sup>1</sup> Не смотря на то, что это не влияет непосредственно на дальнейшие результаты, стоит сказать несколько слов о размерах этих колец. Поскольку для нас важно требование малости геометрических размеров системы по сравнению с длиной волны излучения соответствующей частоты, радиусы колец должны удовлетворять условию  $R \ll \lambda = 2\pi c / \omega_0 \approx 2\text{мкм}$ . Такими, например, являются значения радиусов  $R_1 \approx 250\text{нм}$ ,  $R_2 \approx 80\text{нм}$ ,  $R_3 \approx 25\text{нм}$ , связанные используемым далее коэффициентом масштабирования  $\xi = 0.315$ .



$$\begin{pmatrix} \frac{\omega^2 + i\gamma\omega - \omega_0^2}{\omega^2} & \frac{L_{1,2}}{L_1} & \frac{L_{1,3}}{L_1} \\ \frac{L_{2,1}}{L_2} & \frac{\omega^2 + i\gamma\omega - \omega_0^2}{\omega^2} & \frac{L_{2,3}}{L_2} \\ \frac{L_{3,1}}{L_3} & \frac{L_{3,2}}{L_3} & \frac{\omega^2 + i\gamma\omega - \omega_0^2}{\omega^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (17)$$

Столбец, стоящий в правой части, соответствует внешним ЭДС, приложенным к кольцам цепочки. Поскольку в присутствии потерь незатухающее гармоническое решение  $q_n \sim \exp(-i\omega t)$  возможно только при наличии вынуждающей силы, подставим в правую часть уравнения (17) столбец, соответствующий возбуждению колебаний внешним источником, действующим на первое кольцо:

$$\begin{pmatrix} \frac{\omega^2 + i\gamma\omega - \omega_0^2}{\omega^2} & \frac{L_{1,2}}{L_1} & \frac{L_{1,3}}{L_1} \\ \frac{L_{2,1}}{L_2} & \frac{\omega^2 + i\gamma\omega - \omega_0^2}{\omega^2} & \frac{L_{2,3}}{L_2} \\ \frac{L_{3,1}}{L_3} & \frac{L_{3,2}}{L_3} & \frac{\omega^2 + i\gamma\omega - \omega_0^2}{\omega^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Численно решив это уравнение, получим спектры колебаний магнитного поля, создаваемого каждым кольцом (см. рис. 12). Как видно, разрешенная зона, описанная в разделе 2 для бесконечной цепочки, распадается на отдельные резонансные пики. В окрестности собственной частоты  $\omega_0$  наблюдается последовательное усиление магнитного поля, суммарное значение коэффициента усиления при этом достигает значения  $\sim 50$ . Что характерно, при удалении от резонансной частоты эффект усиления значительно ослабевает, как и было предсказано в рамках аналитического подхода (раздел 3.2).

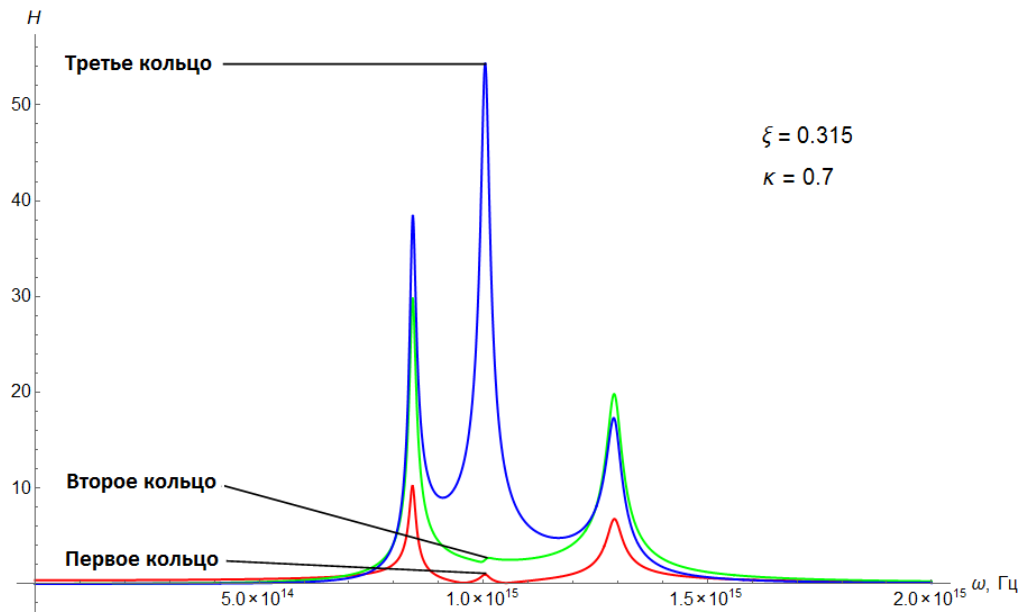


Рис. 12. График зависимости амплитуды колебаний магнитного поля, создаваемого каждым из колец цепочки, от частоты.

Отформатировано: русский (Россия)

#### 4. Заключение.

Представленное и описанное в работе устройство обладает способностью к усилению переменного магнитного поля на 1–2 порядка, а также его локализации в области размером несколько десятков нанометров. Построена аналитическая модель, позволяющая предсказывать поведение системы в окрестности резонансной частоты и производить поиск оптимальных параметров системы; а также найдено численное решение, справедливое во всем диапазоне частот.

Выявлено три механизма, способствующих усилению магнитного поля.

Первый связан со структурой решения для бегущих в цепочке волн. Характерной особенностью этого решения является нарушение симметрии волновых чисел волн, бегущих в противоположные стороны, вызванное масштабированием колец цепочки. Это выражается в сдвиге мнимых частей волновых чисел, благодаря которому затухание одной из волн сменяется усилением.

Второй механизм связан с отражением волн от концов цепочки, которое при определенных параметрах приводит к конструктивной интерференции и взаимному усилению падающей и отраженной волн на концах цепочки.

Третий механизм связан с «уплотнением» магнитного потока при уменьшении радиуса колец.

Вопрос оптимизации параметров системы, а также изучение других эффектов, не рассмотренных в рамках данной работы, представляют собой предмет дальнейшего исследования.

## Литература

- [1] В. Г. Веселаго, "Электродинамика веществ с одновременно отрицательными значениями  $\epsilon$  и  $\mu$ ," *Успехи физических наук*, **92**, 517-526 (1967).
- [2] R. W. Ziolkowski, "Propagation in and scattering from a matched metamaterial having a zero index of refraction," *Physical Review E*, **70**, 046608 (2004).
- [3] D. Schurig, J. Mock, B. Justice, S. A. Cummer, J. Pendry, A. Starr, D. Smith, "Metamaterial electromagnetic cloak at microwave frequencies," *Science*, **314**, 977-980 (2006).
- [4] J. Pendry, "A chiral route to negative refraction," *Science*, **306**, 1353-1355 (2004).
- [5] S. He, Y. Cui, Y. Ye, P. Zhang, Y. Jin, "Optical nano-antennas and metamaterials," *Materials Today*, **12**, 16-24 (2009).
- [6] N. Landy, S. Sajuyigbe, J. Mock, D. Smith, W. Padilla, "Perfect metamaterial absorber," *Physical review letters*, **100**, 207402 (2008).
- [7] N. Fang, H. Lee, C. Sun, X. Zhang, "Sub-diffraction-limited optical imaging with a silver superlens," *Science*, **308**, 534-537 (2005).
- [8] A. Lagarkov, V. Kissel, "Near-perfect imaging in a focusing system based on a left-handed-material plate," *Physical review letters*, **92**, 077401 (2004).
- [9] J. B. Pendry, "Negative refraction makes a perfect lens," *Physical review letters*, **85**, 3966 (2000).
- [10] I. I. Smolyaninov, Y.-J. Hung, C. C. Davis, "Magnifying superlens in the visible frequency range," *Science*, **315**, 1699-1701 (2007).
- [11] J. B. Pendry, A. J. Holden, D. Robbins, W. Stewart, "Magnetism from conductors and enhanced nonlinear phenomena," *Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on*, **47**, 2075-2084 (1999).
- [12] X. Chen, T. M. Grzegorzczuk, B.-I. Wu, J. Pacheco Jr, J. A. Kong, "Robust method to retrieve the constitutive effective parameters of metamaterials," *Physical Review E*, **70**, 016608 (2004).
- [13] D. Smith, S. Schultz, P. Markoš, C. Soukoulis, "Determination of effective permittivity and permeability of metamaterials from reflection and transmission coefficients," *Physical Review B*, **65**, 195104 (2002).
- [14] D.-H. Kwon, D. H. Werner, A. V. Kildishev, V. M. Shalaev, "Material parameter retrieval procedure for general bi-isotropic metamaterials and its application to optical chiral negative-index metamaterial design," *Optics Express*, **16**, 11822-11829 (2008).
- [15] O. Sydoruk, E. Tatartschuk, E. Shamonina, L. Solymar, "Analytical formulation for the resonant frequency of split rings," *Journal of Applied Physics*, **105**, 014903 (2009).
- [16] A. K. Azad, J. Dai, W. Zhang, "Transmission properties of terahertz pulses through subwavelength double split-ring resonators," *Optics letters*, **31**, 634-636 (2006).
- [17] B. Sauviac, C. Simovski, S. Tretyakov, "Double split-ring resonators: Analytical modeling and numerical simulations," *Electromagnetics*, **24**, 317-338 (2004).
- [18] J. D. Baena, R. Marques, F. Medina, J. Martel, "Artificial magnetic metamaterial design by using spiral resonators," *Physical review B*, **69**, 014402 (2004).
- [19] K. Aydin, I. Bulu, K. Guven, M. Kafesaki, C. M. Soukoulis, E. Ozbay, "Investigation of magnetic resonances for different split-ring resonator parameters and designs," *New journal of physics*, **7**, 168 (2005).
- [20] V. M. Shalaev, "Optical negative-index metamaterials," *Nature photonics*, **1**, 41-48 (2007).
- [21] J. Pendry, A. Holden, D. Robbins, W. Stewart, "Low frequency plasmons in thin-wire structures," *Journal of Physics: Condensed Matter*, **10**, 4785 (1998).
- [22] J. Pendry, A. Holden, W. Stewart, I. Youngs, "Extremely low frequency plasmons in metallic mesostructures," *Physical review letters*, **76**, 4773 (1996).
- [23] J. D. Baena, J. Bonache, F. Martín, R. M. Sillero, F. Falcone, T. Lopetegi, M. A. Laso, J. Garcia-Garcia, I. Gil, M. F. Portillo, "Equivalent-circuit models for split-ring resonators and

- complementary split-ring resonators coupled to planar transmission lines," *Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on*, **53**, 1451-1461 (2005).
- [24] R. Marqués, F. Medina, R. Rafii-El-Idrissi, "Role of bianisotropy in negative permeability and left-handed metamaterials," *Physical review B*, **65**, 144440 (2002).
- [25] F. Martin, J. Bonache, F. a. Falcone, M. Sorolla, R. Marques, "Split ring resonator-based left-handed coplanar waveguide," *Applied Physics Letters*, **83**, 4652-4654 (2003).
- [26] E. Tatartschuk, N. Gneiding, F. Hesmer, A. Radkovskaya, E. Shamonina, "Mapping inter-element coupling in metamaterials: Scaling down to infrared," *Journal of Applied Physics*, **111**, 094904 (2012).
- [27] J. Zhou, T. Koschny, M. Kafesaki, E. Economou, J. Pendry, C. Soukoulis, "Saturation of the magnetic response of split-ring resonators at optical frequencies," *Physical review letters*, **95**, 223902 (2005).
- [28] K. H. Fung, R. C. H. Tang, C. Chan, "Complex band structure and plasmon lattice Green's function of a periodic metal-nanoparticle chain," *arXiv preprint arXiv:0901.0809*, (2009).
- [29] M. Quinten, A. Leitner, J. Krenn, F. Aussenegg, "Electromagnetic energy transport via linear chains of silver nanoparticles," *Optics letters*, **23**, 1331-1333 (1998).
- [30] W. Weber, G. Ford, "Propagation of optical excitations by dipolar interactions in metal nanoparticle chains," *Physical Review B*, **70**, 125429 (2004).
- [31] O. Zhuromskyy, O. Sydoruk, E. Shamonina, L. Solymar, "Slow waves on magnetic metamaterials and on chains of plasmonic nanoparticles: Driven solutions in the presence of retardation," *Journal of Applied Physics*, **106**, 104908 (2009).
- [32] K. Li, M. I. Stockman, D. J. Bergman, "Self-similar chain of metal nanospheres as an efficient nanolens," *Physical review letters*, **91**, 227402 (2003).
- [33] M. I. Stockman, "Nanofocusing of optical energy in tapered plasmonic waveguides," *Physical review letters*, **93**, 137404 (2004).
- [34] L. Novotny, N. Van Hulst, "Antennas for light," *Nature Photonics*, **5**, 83-90 (2011).
- [35] R. S. Pavlov, A. G. Curto, N. F. van Hulst, "Log-periodic optical antennas with broadband directivity," *Optics Communications*, **285**, 3334-3340 (2012).
- [36] W. YUMING, "Analysis and Design of Nanoantennas," 2010.
- [37] W. Challener, C. Peng, A. Itagi, D. Karns, W. Peng, Y. Peng, X. Yang, X. Zhu, N. Gokemeijer, Y.-T. Hsia, "Heat-assisted magnetic recording by a near-field transducer with efficient optical energy transfer," *Nature photonics*, **3**, 220-224 (2009).
- [38] C. Stanciu, F. Hansteen, A. Kimel, A. Kirilyuk, A. Tsukamoto, A. Itoh, T. Rasing, "All-optical magnetic recording with circularly polarized light," *Physical review letters*, **99**, 047601 (2007).
- [39] J.-Y. Bigot, M. Vomir, E. Beaurepaire, "Coherent ultrafast magnetism induced by femtosecond laser pulses," *Nature Physics*, **5**, 515-520 (2009).
- [40] R. Hertel, S. Gliga, M. Fähnle, C. Schneider, "Ultrafast nanomagnetic toggle switching of vortex cores," *Physical review letters*, **98**, 117201 (2007).
- [41] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Электродинамика сплошных сред* vol. 8: "Наука," Глав. ред. физико-математической лит-ры, 1982.