

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В.ЛОМОНОСОВА»

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

КАФЕДРА МАГНЕТИЗМА

БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА:

**«РАСПРОСТРАНЕНИЕ МАГНИТОИНДУКТИВНЫХ ВОЛН  
В НЕОДНОРОДНЫХ МАГНИТНЫХ МЕТАМАТЕРИАЛАХ»**

Выполнил студент  
419 группы:  
Иванюкович М.М.

---

Научный руководитель:  
доцент Радковская А.А.

---

Допущен к защите  
Зав. Кафедрой магнетизма  
профессор Перов Н.С. \_\_\_\_\_

Москва  
2017

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
ГЛАВА 1. МАГНИТОИНДУКТИВНЫЕ ВОЛНЫ	6
1.1 Дисперсия МИ волн в линейных материалах	6
1.2 Дисперсия МИ волн при взаимодействии не только ближайших соседей	9
ГЛАВА 2. ОБОБЩЕННЫЙ ЗАКОН КИРХГОФА И МАТРИЦА ИМПЕДАНСОВ	12
2.1 Матрица импедансов для однородного метаматериала при взаимодействии только ближайших соседей	12
2.2 Матрица импедансов для однородной квадратной метаповерхности с учетом взаимодействия следующих соседей	15
2.3 Методика учета неоднородностей в метаповерхностях	18
ГЛАВА 3. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ РАСПРОСТРАНЕНИЯ МАГНИТОИНДУКТИВНЫХ ВОЛН В МЕТАПОВЕРХНОСТЯХ	19
3.1. Распространение МИ волн в зависимости от положения источника точечного возбуждения	19
3.2. Влияние однократной неоднородности типа «дырка» на распространение МИ волн	25
3.3. Влияние неоднократных неоднородностей на симметрию распространения МИ волн	26
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	29
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	30
ПРИЛОЖЕНИЕ 1	32
ПРИЛОЖЕНИЕ 2	37

## ВВЕДЕНИЕ

Метаматериалы – это искусственно созданные из резонансных элементов периодические структуры, физические свойства которых обусловлены не только индивидуальными свойствами их компонентов, но и микроструктурой. Метаматериалы обладают необычными электромагнитными свойствами, которые сложно или невозможно получить в материалах, встречающихся в природе [1,2].

Исследование метаматериалов - *актуальная область* современной физики. Всплеск интереса к ним был вызван первым экспериментом на стыке тысячелетий, подтверждающим возможность отрицательного преломления [1,3] и последующей демонстрацией новых явлений, возникающих при одновременно отрицательных  $\varepsilon$  и  $\mu$ , на теоретическую возможность чего указал советский физик В.Г.Веселаго еще в 60-е годы прошлого века [4]. Метаматериалы расширили границы «привычного» электромагнетизма – и в этом их огромная *научная значимость*. Кроме того, практически сразу были предложены многообразные *практические применения*, основанные на необычных электромагнитных свойствах метаматериалов [5,6], в частности на отрицательном коэффициенте преломления [7].

В природе, однако, веществ с одновременно отрицательными  $\varepsilon$  и  $\mu$  не существует, или, по крайней мере, до настоящего времени, их не обнаружили. В обычных материалах мы не можем произвольно управлять значениями материальных констант или свойствами отдельных атомов и расстоянием между ними, чтобы по своему желанию изменять свойства вещества. В то время как для метаматериалов характерно, что размер металлических резонансных элементов (метаатомов), из которых он состоит, много меньше длины волны падающего электромагнитного (ЭМ) излучения (Рис.1). При этом необычные свойства метаматериалов, определяются не только свойствами метаатомов [8,9], но и способом их расположения и взаимодействием между ними [10].

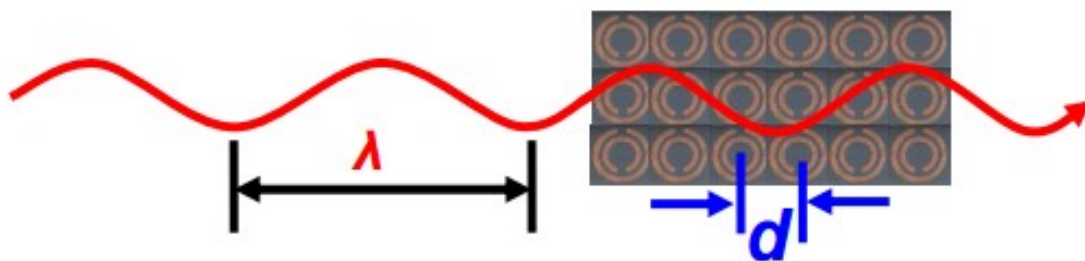


Рисунок 1 – Схематичное изображение взаимодействия метаматериала с электромагнитной (ЭМ) волной. Обязательное условие использования метаматериала  $d \ll \lambda$ , где  $d$  – размеры ячейки метаматериала,  $\lambda$  – длина ЭМ волны из работы [11].

Это взаимодействие, в общем случае, может быть как магнитным, так и электрическим, в зависимости от диапазона частот, в котором метаматериал реагирует на электромагнитное излучение, от формы элементов и расстояния между ними [12].

Таким образом, изменяя параметры резонансных элементов и их взаимное расположение, можно управлять электромагнитными свойствами метаматериалов.

Магнитные метаматериалы (ММ) состоят из металлических резонансных элементов, реагирующих на магнитную составляющую электромагнитной волны. Взаимодействие таких метаатомов в МГц диапазоне, в свою очередь, приводит к распространению магнитоиндуктивных (МИ) волн – медленных волн\*, которые фактически являются волнами токов, наводимых в резонансных элементах – метаатомах. Эти медленные волны определяют дисперсионные характеристики метаматериалов [13], поэтому так важно знать законы их возникновения и распространения, что и является *сущностью данной работы*.

Умение прогнозировать свойства разрабатываемой структуры или наоборот задавать параметры структуры, зная необходимые свойства, ставит перед исследователями *актуальную задачу* – разработать и отладить

---

\* медленных по сравнению с ЭМ волной

методику моделирования распределение МИ волн в широком диапазоне частот.

*Цель данной работы* – моделирование распределения магнитоиндуктивных волн в поверхностных магнитных метаматериалах МГц диапазоне. *Задачи, необходимые для достижения цели данного исследования:*

- получить матрицы импедансов, в зависимости от размерности метаструктуры и степени дальнего действия взаимодействия метаатомов;
- показать, что симметрия распространения МИ волн сильно зависит от положения источника точечного возбуждения;
- и показать, что наличие и количество неоднородностей типа «дырка» существенным образом меняет симметрию распространения МИ волн в квадратных двумерных метаматериалах.

Для решения поставленных задач в работе используется предложенный ранее *метод* расчета токов по обобщенному закону Кирхгофа [13], зная матрицу импедансов и приложенное возбуждение. *Объектом исследования* являются магнитные метаповерхности с квадратной решеткой с различной степенью дальнего действия взаимодействия метаатомов в МГц диапазоне. В качестве метаатомов рассматриваются расщепленные кольцевые резонаторы.

*Новизна работы* заключается, во-первых, в объекте исследования, поскольку ранее подобные исследования проводились для метаповерхностей с тетрагональной симметрией [14], во-вторых, впервые разработаны матрицы импеданса для метаповерхностей с учетом различных степеней дальнего действия взаимодействия метаатомов, в третьих, впервые исследуется влияние неоднородностей типа дырка на симметрию распространения МИ волн в метаповерхностях.

Данная бакалаврская работа состоит из введения, трех глав, заключения и списка используемой литературы, включающего 21 наименование. Работа содержит 43 страницы печатного текста, включая 12 рисунков и 1 таблицу, и 2 приложения, содержащих код программы и дополнительный иллюстративный материал.

## ГЛАВА 1. МАГНИТОИНДУКТИВНЫЕ ВОЛНЫ

*В этой главе приводятся основные понятия и закономерности распространения магнитоиндуктивных волн в метаматериалах в МГц диапазоне.*

### 1.1 Дисперсия МИ волн в линейных материалах

Практически сразу после появления метаматериалов были открыты магнитоиндуктивные волны, возникающие при возбуждении магнитных метаматериалов [11]. Покажем, как это было сделано. Начнем с линейного метаматериала в виде бесконечной линейной цепочки связанных между собой элементов, каждый из которых рассматривается как  $LC$ -контур со своей емкостью  $C$ , индуктивностью  $L$  и сопротивлением  $R$  [13]. Тогда, пренебрегая потерями и учитывая взаимодействие только ближайших элементов (приближение «ближайших соседей»), для токов в соседних элементах можно записать закон Кирхгофа с учетом закона электромагнитной индукции Фарадея в виде:

$$Z_0 I_n + i\omega M(I_{n-1} + I_{n+1}) = 0, \quad (1)$$

где  $I_n$  - ток в  $n$ -том элементе,  $Z_0$  – собственный импеданс элементов,  $M$  – коэффициент взаимной индукции между элементами,  $\omega$  - частота.

Решение уравнения (1) предполагается в виде плоской волны:

$$I_n = I_0 \exp(ikna), \quad (2)$$

где  $k$  – волновой вектор, характеризующий МИ волну,  $a$  – расстояние между центрами ближайших элементов. А дисперсионное уравнение, описывающее распространение МИ волн в линейном метаматериале получается в виде:

$$\frac{\omega}{\omega_0} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{2M}{L} \cos(ka)}}, \quad (3)$$

где  $\omega_0$  - резонансная частота элемента, а  $L$  – его индуктивность.

Коэффициент

$$\kappa = \frac{2M}{L} \quad (4)$$

называется коэффициентом магнитного взаимодействия. Очевидно, что особенности дисперсионных зависимостей МИ волн определяются знаком и величиной  $\kappa$  [16].

В аксиальных магнитных метаматериалах коэффициент взаимодействия  $\kappa > 0$ , и дисперсионная зависимость имеет положительный наклон (Рис.2б). В этом случае фазовая и групповая скорости МИ волн сонаправлены, и МИ волна представляет собой прямую волну. А в планарной конфигурации коэффициент магнитного взаимодействия  $\kappa < 0$ , и, наклон дисперсионной кривой будет отрицательным, а фазовая и групповая скорости МИ волн направлены противоположные стороны. В этом случае МИ волна представляет собой обратную волну.

Заметим, что дисперсионная зависимость (3) была получена в приближении идеального  $LC$ -контурa с нулевыми потерями. Но добиться идеального случая при проведении эксперимента невозможно, т.к. добротность элементов конечна за счет конечного сопротивления  $R$ , т.е. рассматривать необходимо не  $LC$ -контур, а уже  $RLC$ -контур. Это приводит к тому, что волновой вектор становится комплексной величиной:

$$k = k' + ik'', \quad (4)$$

где  $k'$  –реальная часть волнового вектора, которая отвечает за распространение МИ волн, а  $k''$  – мнимая, которая отвечает за поглощение. Полоса пропускания МИ волн определяется диапазоном частот, когда

$$\frac{k'a}{\pi} \neq 0 \text{ или } \frac{k'a}{\pi} \neq 1 \text{ и при этом } k'' \text{ – минимально.} \quad (4a)$$

Пример аналитических и экспериментально полученных дисперсионных зависимостей для линейного магнитного метаматериала представлен на Рис.2 [17].

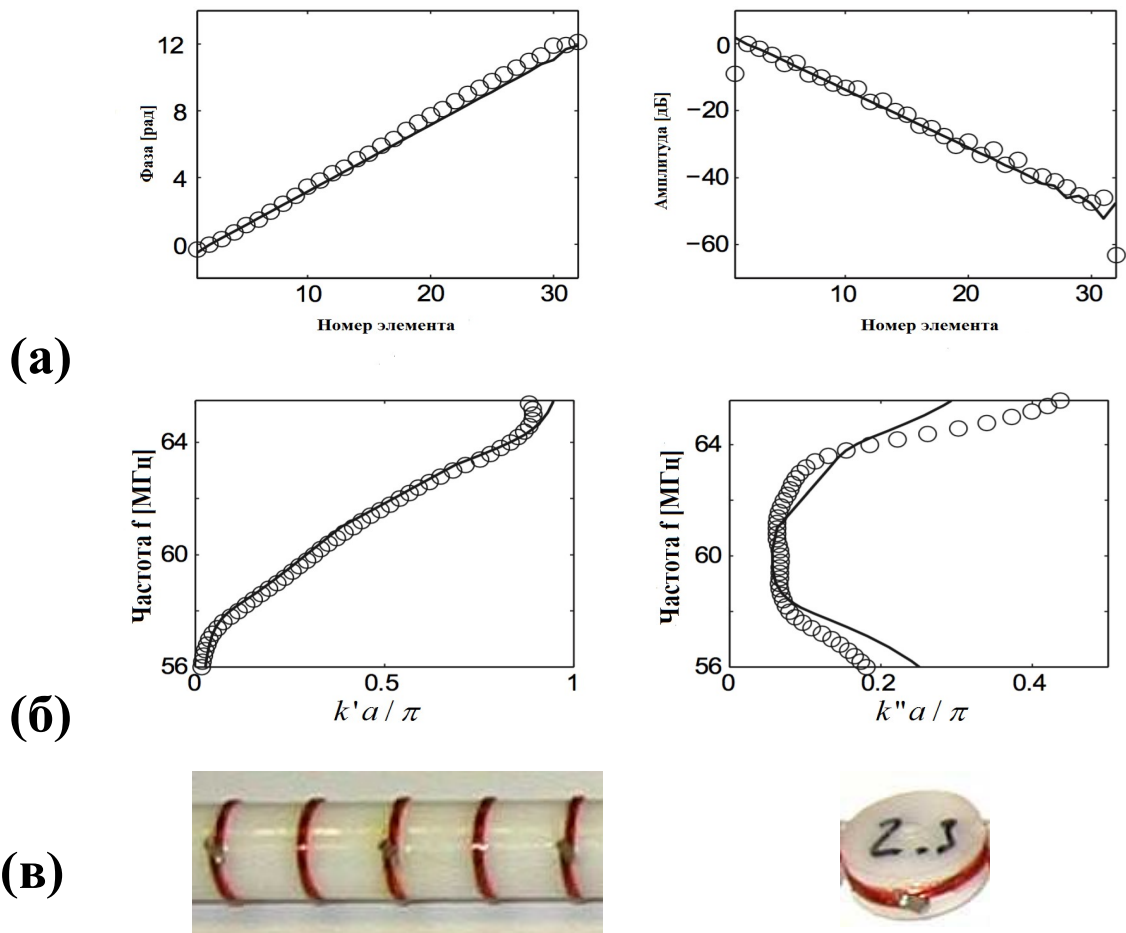


Рисунок 2 – (а) Изменение фазы (слева) и амплитуды тока (справа) в элементах магнитного аксиального линейного метаматериала в зависимости от номера элемента на частоте  $\omega = 61$  МГц; (б) дисперсионная зависимость реальной части (слева) волнового вектора (постоянной распространения)  $k'a/\pi$  и мнимой части (справа) волнового вектора (постоянной затухания)  $k''a/\pi$  [17], (в) вид аксиального линейного метаматериала (слева) и отдельного элемента (справа).

В МГц диапазоне для МИ волн неоднократно получено хорошее согласие теории и эксперимента, особенно в области небольших значений коэффициента магнитного взаимодействия  $\kappa < 0.2$ . Вообще говоря, максимально возможное теоретическое значение коэффициента магнитного взаимодействия как следует из выражения (4)  $\kappa_{\text{макс}} = 2$ . При увеличении величины взаимодействия, как следует из формулы (3), даже с учетом затухания, получается, что при  $\kappa > 1$  полоса пропускания МИ волн становится бесконечной. В частности, на Рис.3 приведена теоретическая дисперсия МИ волн при  $\kappa = 1.5$  и добротности  $Q = 100$  из работы [13].



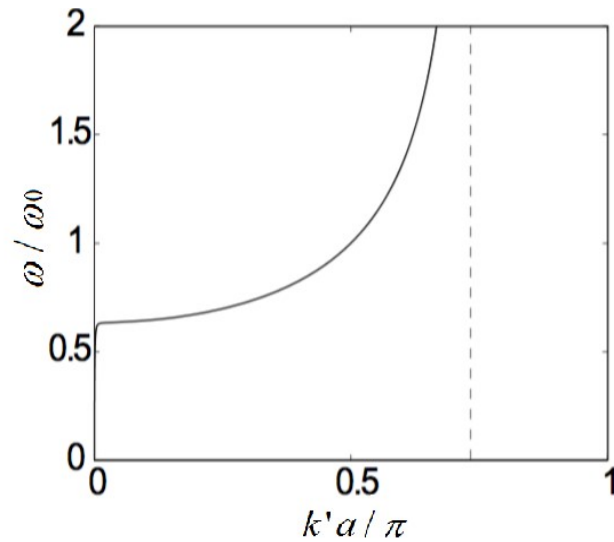


Рисунок 3 – Теоретическая дисперсия МИ волн для аксиального метаматериала с  $\kappa=1.5$  и добротности  $Q=100$  [13].

Такое большое значение коэффициента взаимодействия было получено экспериментально в аксиальных метаматериалах с вплотную расположенными элементами [18]. Однако, при такой плотной упаковке будут взаимодействовать уже не только ближайшие соседи, но и следующие и в выражении (1) необходимо учесть взаимодействие более высоких порядков.

## 1.2 Дисперсия МИ волн при взаимодействии не только ближайших соседей

Для случая взаимодействия ближайших соседей, ширина полосы пропускания МИ волн определяется из (3) и (4а) как

$$\delta\omega = \frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{1}{\sqrt{1-|\kappa|}} - \frac{1}{\sqrt{1+|\kappa|}} \quad (5)$$

В случае учета взаимодействия не только ближайших соседей, но и, скажем, соседей через одного в законе Кирхгофа (1) надо учитывать и члены  $I_{n-2}$  и  $I_{n+2}$ . Поэтому вместо (5) выражение для ширины полосы пропускания имеет вид:

$$\delta\omega = \frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{1}{\sqrt{1-|\kappa_1|+|\kappa_2|}} - \frac{1}{\sqrt{1+|\kappa_1|-|\kappa_2|}}, \quad (6)$$

где  $\kappa_1$  – коэффициент взаимодействия ближайших соседей, а  $\kappa_2$  – взаимодействие соседей следующей координационной сферы с расстоянием  $d=2a$ , очевидно, что  $\kappa_2 < \kappa_1$  (поскольку при увеличении расстояния между метаатомами взаимодействие уменьшается). Т.е. учет взаимодействия более высокого порядка уменьшает полосу пропускания МИ волн и может лучше объяснить наблюдаемые экспериментальные данные, как показано на Рис.4.

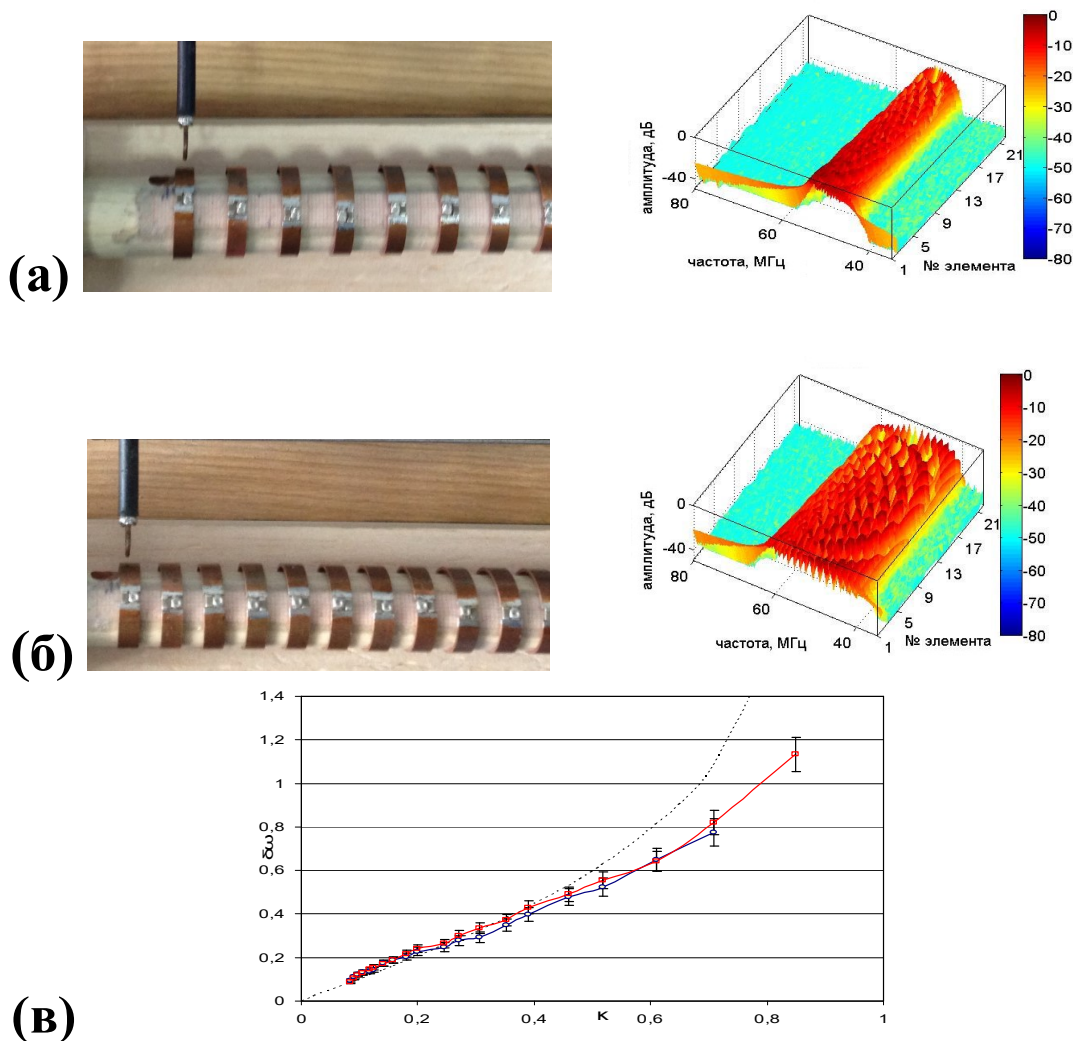


Рисунок 4 – Влияние коэффициента взаимодействия на ширину полосы пропускания МИ волн в аксиальных метаматериалах из 22х элементов. Амплитудно-частотная характеристики измеряемого сигнала в зависимости от номера элемента. Резонансная частота элементов  $\omega_0=50.22$  МГц.

- (а) расстояние между краями элементов  $d=12$  мм,  $\kappa=0.18$ ;  
 (б) расстояние между краями элементов  $d=5$  мм,  $\kappa=0.46$ . Сверху показаны фотографии соответствующих структур;  
 (в) экспериментальная зависимость относительной ширины полосы пропускания МИ волн  $\delta\omega/\omega_0$  от коэффициента взаимодействия  $\kappa$ . Пунктирная линия – теория. Синим цветом показаны величины, определенные по дисперсии, красным - по полосе пропускания МИ волн из работы [21].

Заметим, что в случае учета взаимодействия только ближайших соседей (первый порядок взаимодействия), расстояние между взаимодействующими метаатомами очевидно равно  $d=a$ , при учете второго порядка взаимодействия  $d=2a$ . В работе [16] вводится параметр  $s$  – порядок взаимодействия. На Рис.5 построены дисперсионные зависимости с учетом взаимодействия более высоких порядков.

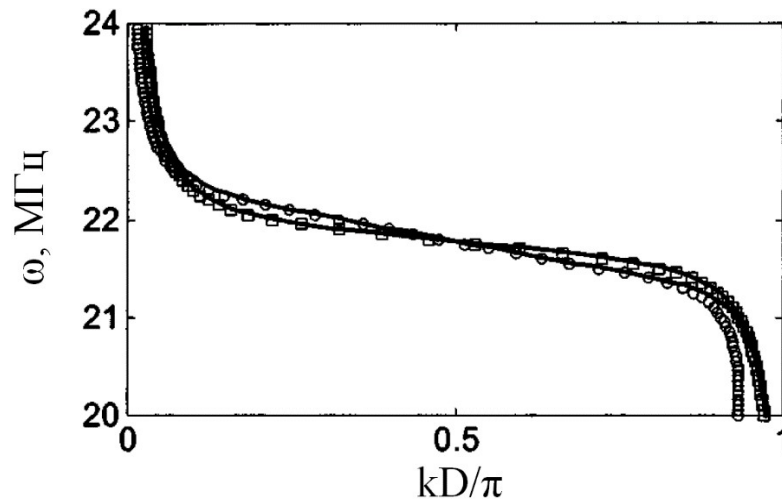


Рисунок 5 – Дисперсионные зависимости МИ волн для линейного метаматериала с учетом взаимодействия более высоких порядков.  $d=sa$  – расстояние между элементами,  $a$  – расстояние между соседними элементами. Данные, полученные из эксперимента, отмечены символами: кругами для приближения ближайших соседей ( $s=1$ ), квадратами при учете взаимодействия более высоких порядков ( $s=2, s=3$ ) и т.д. Черные линии – теоретические дисперсии из работы [15].

На первый взгляд разница не столь очевидна, однако, когда мы говорим о плотноупакованных метаматериалах с большей величиной взаимодействия, эта разница становится существенной. Поскольку в выражение (1) надо включать уже члены более высоких порядков  $I_{n+s}$  и  $I_{n-s}$ .

Используя развитую ранее в МГц диапазоне теорию МИ волн (квинтэссенцией которой является работа [12]), можно рассчитать распределение токов, а соответственно, и МИ волн в магнитных метаматериалах.

## ГЛАВА 2. ОБОБЩЕННЫЙ ЗАКОН КИРХГОФА И МАТРИЦА ИМПЕДАНСОВ

*В этой главе рассматриваются способы записи матрицы импедансов для однослойной метаповерхности из взаимодействующих метаатомов, особенности матриц в зависимости от порядка взаимодействия и влияние учета неоднородностей на структуру этих матриц.*

### 2.1 Матрица импедансов для однородного метаматериала при взаимодействии только ближайших соседей

В полученном дисперсионном уравнении (3), чьи особенности в зависимости от величины взаимодействия метаатомов  $k$  обсуждались выше, не учитывалось внешнее возбуждение метаматериала. Приложенное к структуре возбуждение можно учесть, вводя в закон Кирхгофа (1) соответствующее напряжение, как это сделано в работах [4, 13]. Для конечной одноатомной цепочки, состоящей из  $N$  резонансных элементов, закон Кирхгофа, связывающий токи в элементах с импедансом (собственным и взаимным) и напряжением в них, записывают в общем виде, используя матрицы токов, напряжений, и импедансов в виде:

$$\mathbf{V} \equiv \mathbf{Z}\mathbf{I} \quad (7)$$

где  $\mathbf{V}$  – матрица напряжений, приложенных к элементам метаматериала; в случае возбуждения одного элемента небольшой возбуждающей антенной для всех элементов, кроме элемента рядом с ней  $v_{ij}=0$ , в случае возбуждения плоской электромагнитной волной  $v_{ij}=const$ .  $\mathbf{I}$  – матрица токов, а  $\mathbf{Z}$  – матрица импедансов размером  $N \times N$ . На главной диагонали этой матрицы все элементы равны  $Z_0$  и характеризуют собственный импеданс метаатомов, а все остальные элементы матрицы  $z_{ij}$  характеризуют взаимный импеданс и равны  $i\omega M_{ij}$ , где  $M_{ij}$  – взаимоиנדукция метаатомов  $i$  и  $j$ , значения  $z_{ij} \neq 0$  только на диагоналях соседних с главной, конечно, если мы учитываем взаимодействие только соседних метаатомов в однородном линейном метаматериале:

$$\mathbf{Z} = \begin{pmatrix} Z_0 & i\omega M & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ i\omega M & Z_0 & i\omega M & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & i\omega M & Z_0 & i\omega M \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & i\omega M & Z_0 \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Итак, если известны напряжения, приложенные к метаатомам, то распределение токов в них можно получить из следующего выражения:

$$\mathbf{I} = \mathbf{Z}^{-1}\mathbf{V} \quad (9)$$

где  $\mathbf{Z}^{-1}$  - обратная матрица импедансов.

Последнее уравнение (9) полностью описывает распределение токов в рассматриваемой структуре при наличии внешнего возбуждения.

Для метаповерхности (даже состоящей из того же количества элементов) матрица импедансов будет иметь другой вид, который существенно зависит от способа нумерации элементов метаповерхности.

В работе далее приводятся результаты для структуры  $15 \times 15$  метаатомов, чья матрица импедансов имеет размерность  $225 \times 225$ , однако, чтобы понять, как строить такую матрицу мы рассмотрим квадратную структуру –  $7 \times 7$  метаатомов. Матрица импедансов будет иметь размер  $49 \times 49$  элементов. На главной диагонали находятся значения собственных импедансов элементов  $Z_0$ , а содержание остальной матрицы зависит от способа упорядочения элементов и используемых приближений.

Пронумеруем элементы метаповерхности как показано ниже:

$$\begin{array}{cccccccc} (1) & (2) & (3) & (4) & (5) & (6) & (7) & \\ (8) & (9) & (10) & (11) & (12) & (13) & (14) & \\ (15) & (16) & (17) & (18) & (19) & (20) & (21) & \\ (22) & (23) & (24) & (25) & (26) & (27) & (28) & \\ (29) & (30) & (31) & (32) & (33) & (34) & (35) & \\ (36) & (37) & (38) & (39) & (40) & (41) & (42) & \\ (43) & (44) & (45) & (46) & (47) & (48) & (49) & \end{array} \quad (10)$$

В этом случае снова матрицу импедансов  $\mathbf{Z}$  можно записать следующим образом:

$$\mathbf{Z} \equiv (z_{ij}), \quad (11)$$

где  $z_{ij}$  обозначает взаимный импеданс элементов с порядковыми номерами ( $i$ ) и ( $j$ ). Очевидно, что значения собственных импедансов описывается элементами на главной диагонали, и в случае моноатомного метаматериала из идентичных метаатомов  $z_{ii} = Z_0$ .

Мы учтем взаимодействие только ближайших соседей. Тогда, во-первых, отличными от нуля будут элементы, стоящие на диагоналях рядом с главной, когда  $i = j \pm 1$ , как и в матрице импедансов для линейного метаматериала (8). Эти элементы описывают взаимодействие метаатома  $i$  с соседями одном ряду метаповерхности (10). Однако, поскольку последний элемент в одном ряду и первый элемент в следующем ряду не будут взаимодействовать, как, например, метаатомы (7) и (8), или (14) и (15) и т.д., то соответствующие элементы на диагоналях соседних с главной обращаются в ноль, в отличие от матрицы (8) для линейного случая, где все подобные элементы равны  $i\omega M$ . Периодичность возникновения этих дополнительных нулей определяется линейными размерами метаповерхности. Во-вторых, будут взаимодействовать также метаатомы, находящиеся в одном столбце метаповерхности (10), положение этих метаатомов можно описать как  $|i - j| = N$ , где  $N$  число метаатомов в одном ряду. В нашем случае  $|i - j| = 7$ .

С учетом вышесказанного матрица импедансов для метаповерхности ( $7 \times 7$ ) в приближении взаимодействия только ближайших соседей имеет вид, показанный ниже, где для удобства рядом с матрицей написаны значения  $i$  и  $j$ . В силу ограничения места я привожу только часть матрицы импедансов – верхний левый угол, содержащий  $16 \times 16$  элементов:

$$\begin{array}{c}
i = \\
j = 1 \\
2 \\
3 \\
4 \\
5 \\
6 \\
7 \\
8 \\
9 \\
10 \\
11 \\
12 \\
13 \\
14 \\
15 \\
16 \\
49
\end{array}
\begin{array}{cccccccccccccccc}
1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & 16 & 49
\end{array}
\left( \begin{array}{cccccccccccccccc}
Z_0 & i\omega M & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & i\omega M & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
i\omega M & Z_0 & i\omega M & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & i\omega M & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & i\omega M & Z_0 & i\omega M & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & i\omega M & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & i\omega M & Z_0 & i\omega M & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & i\omega M & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & i\omega M & Z_0 & i\omega M & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & i\omega M & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & i\omega M & Z_0 & i\omega M & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & i\omega M & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & i\omega M & Z_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & i\omega M & 0 & 0 & 0 \\
i\omega M & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_0 & i\omega M & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & i\omega M & 0 \\
0 & i\omega M & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & i\omega M & Z_0 & i\omega M & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & i\omega M \\
0 & 0 & i\omega M & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & i\omega M & Z_0 & i\omega M & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & i\omega M & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & i\omega M & Z_0 & i\omega M & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & i\omega M & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & i\omega M & Z_0 & i\omega M & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & i\omega M & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & i\omega M & Z_0 & i\omega M & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & i\omega M & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & i\omega M & Z_0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & i\omega M & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_0 & i\omega M \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & i\omega M & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & i\omega M & Z_0
\end{array} \right) \quad (12)$$

Еще раз подчеркну, что в отличие от матрицы (8) для линейного метаматериала, в матрице импедансов для метаповерхности появляются дополнительные диагональные элементы, описывающие взаимодействие в рядах метаповерхности, при этом, на диагоналях матрицы соседних с главной, появляются нулевые элементы, в то время как в матрице (8) все элементы главной диагонали отличны от нуля, хотя обе матрицы имеют одинаковый размер  $N \times N$ , где  $N$  число метаатомов в структуре.

## 2.2 Матрица импедансов для однородной квадратной метаповерхности с учетом взаимодействия следующих соседей

Рассмотрим, что изменится, если учесть взаимодействие не только ближайших соседей, но и соседей по диагонали и через одного в ряду или столбце. В этом случае, используя нумерацию элементов как в (10) можно записать матрицу импедансов как:

$$\begin{array}{c}
i= \\
j=1 \\
2 \\
3 \\
4 \\
5 \\
6 \\
7 \\
8 \\
9 \\
10 \\
11 \\
12 \\
13 \\
14 \\
15 \\
16
\end{array}
\begin{array}{c}
1 \\
2 \\
3 \\
4 \\
5 \\
6 \\
7 \\
8 \\
9 \\
10 \\
11 \\
12 \\
13 \\
14 \\
15 \\
16
\end{array}
\begin{array}{c}
49 \\
49 \\
49 \\
49 \\
49 \\
49 \\
49 \\
49 \\
49 \\
49 \\
49 \\
49 \\
49 \\
49 \\
49 \\
49
\end{array}
\begin{array}{c}
Z_0 \quad i\omega M_1 \quad i\omega M_2 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad i\omega M_1 \quad i\omega M_3 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad i\omega M_2 \quad 0 \\
i\omega M_1 \quad Z_0 \quad i\omega M_1 \quad i\omega M_2 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad i\omega M_3 \quad i\omega M_1 \quad i\omega M_3 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad i\omega M_2 \\
i\omega M_2 \quad i\omega M_1 \quad Z_0 \quad i\omega M_1 \quad i\omega M_2 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad i\omega M_3 \quad i\omega M_1 \quad i\omega M_3 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \\
0 \quad i\omega M_2 \quad i\omega M_1 \quad Z_0 \quad i\omega M_1 \quad i\omega M_2 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad i\omega M_3 \quad i\omega M_1 \quad i\omega M_3 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \\
0 \quad 0 \quad i\omega M_2 \quad i\omega M_1 \quad Z_0 \quad i\omega M_1 \quad i\omega M_2 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad i\omega M_3 \quad i\omega M_1 \quad i\omega M_3 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \\
0 \quad 0 \quad 0 \quad i\omega M_2 \quad i\omega M_1 \quad Z_0 \quad i\omega M_1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad i\omega M_3 \quad i\omega M_1 \quad i\omega M_3 \quad 0 \quad 0 \\
0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad i\omega M_2 \quad i\omega M_1 \quad Z_0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad i\omega M_3 \quad i\omega M_1 \quad 0 \quad 0 \\
i\omega M_1 \quad i\omega M_3 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad Z_0 \quad i\omega M_1 \quad i\omega M_2 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad i\omega M_1 \quad i\omega M_3 \\
i\omega M_3 \quad i\omega M_1 \quad i\omega M_3 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad i\omega M_1 \quad Z_0 \quad i\omega M_1 \quad i\omega M_2 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad i\omega M_3 \quad i\omega M_1 \\
0 \quad i\omega M_3 \quad i\omega M_1 \quad i\omega M_3 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad i\omega M_2 \quad i\omega M_1 \quad Z_0 \quad i\omega M_1 \quad i\omega M_2 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad i\omega M_3 \\
0 \quad 0 \quad i\omega M_3 \quad i\omega M_1 \quad i\omega M_3 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad i\omega M_2 \quad i\omega M_1 \quad Z_0 \quad i\omega M_1 \quad i\omega M_2 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \\
0 \quad 0 \quad 0 \quad i\omega M_3 \quad i\omega M_1 \quad i\omega M_3 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad i\omega M_2 \quad i\omega M_1 \quad Z_0 \quad i\omega M_1 \quad i\omega M_2 \quad 0 \quad 0 \\
0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad i\omega M_3 \quad i\omega M_1 \quad i\omega M_3 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad i\omega M_2 \quad i\omega M_1 \quad Z_0 \quad i\omega M_1 \quad 0 \quad 0 \\
0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad i\omega M_3 \quad i\omega M_1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad i\omega M_2 \quad i\omega M_1 \quad Z_0 \quad 0 \quad 0 \\
i\omega M_2 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad i\omega M_1 \quad i\omega M_3 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad Z_0 \quad i\omega M_1 \\
0 \quad i\omega M_2 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad i\omega M_3 \quad i\omega M_1 \quad i\omega M_3 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad i\omega M_1 \quad Z_0
\end{array}
\quad (13)$$

здесь  $i\omega M_1$  - описывает взаимодействие ближайших соседей по прямой линии (в ряду или столбце, предполагая одинаковое расстояние между метаатомами при квадратной упаковке). По сравнению с матрицей импедансов (12) для случая взаимодействия только ближайших соседей теперь появляются дополнительные не нулевые члены  $i\omega M_2$  и  $i\omega M_3$ , описывающие взаимодействие соседей через одного по прямой линии и соседей по диагонали соответственно. Здесь в выражении (13) приведена не вся матрица, а только ее верхний левый угол, содержащий  $16 \times 16$  элементов.

Теперь рассмотрим, как записывается собственный импеданс  $Z_0(\omega)$  метаатомов. Для случая с потерями он выглядит так:

$$Z_0(\omega) = i\omega L + \frac{1}{i\omega C} + R, \quad (14)$$

где  $L$  – индуктивность  $C$  – емкость и  $R$  – сопротивление элемента, а  $\omega$  – частота возбуждения. Подставляя выражение  $\omega_0 = 2\pi(LC)^{-1/2}$  в (14) получаем:

$$Z_0(\omega) = \left( \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 - 1 \right) \frac{i}{2\pi i \omega C} + R, \quad (15)$$

где  $\omega_0$  – резонансная частота элемента.



Записывая импеданс в таком виде, из численного решения уравнения для распределения токов (7) можно исключить параметр  $L$ , записав его через известное значение  $\omega_0$ . В таком случае еще необходимо знать значения сопротивления  $R$  метаатома и емкость  $C$  впаянного в него конденсатора (собственной емкостью кольца можно пренебречь). В качестве параметров, описывающих свойства метаповерхности в нашей работе, взяты величины, определенные в эксперименте работы [19].

Так же, для точного численного решения требуется значение коэффициента взаимной индукции  $M$ , которое можно определить, зная коэффициент взаимодействия  $\kappa$ , по формуле:

$$M = \frac{\kappa}{2\pi C \omega_0^2}. \quad (16)$$

Для исследуемых элементов диаметром 23 мм на расстоянии 1-3 мм коэффициент взаимодействия составляет величину порядка  $\kappa \approx 10^{-2} - 10^{-1}$  [20].

### 2.3 Методика учета неоднородностей в метаповерхностях

Теперь рассмотрим, какие изменения необходимо внести в матрицу импедансов, если добавить в структуру неоднородность – «дырку». Это означает отсутствие элемента в структуре, следовательно, можно было бы предположить, что и в матрице импедансов значения, обозначающие собственный импеданс этого элемента и его взаимодействие с остальными элементами, должны быть равны нулю. Однако если действительно сделать так, то появятся нулевые строка и столбец, и матрица импедансов станет вырожденной. Это в свою очередь приведет к невозможности вычисления обратной матрицы импедансов. Но, наши исследования показали, что можно оставить элемент матрицы, отвечающий за собственный импеданс метаатома, равным  $Z_0$  на своем месте, в то время как элементы, отвечающие за взаимодействие «дырки» с остальными метаатомами в структуре, положить равными нулю. Ниже приведена матрица импедансов для структуры (10) с «дыркой» вместо метаатома номер (10).

$$\mathbf{Z} = \begin{matrix}
 & \begin{matrix} i= & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & 16 & 49 \end{matrix} \\
 \begin{matrix} j=1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \\ 11 \\ 12 \\ 13 \\ 14 \\ 15 \\ 16 \\ 49 \end{matrix} & \left( \begin{array}{cccccccccccccccc}
 Z_0 & i\omega M_1 & i\omega M_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & i\omega M_1 & i\omega M_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & i\omega M_2 & 0 \\
 i\omega M_1 & Z_0 & i\omega M_1 & i\omega M_2 & 0 & 0 & 0 & i\omega M_3 & i\omega M_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & i\omega M_2 \\
 i\omega M_2 & i\omega M_1 & Z_0 & i\omega M_1 & i\omega M_2 & 0 & 0 & 0 & i\omega M_3 & 0 & i\omega M_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & i\omega M_2 & i\omega M_1 & Z_0 & i\omega M_1 & i\omega M_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & i\omega M_1 & i\omega M_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & i\omega M_2 & i\omega M_1 & Z_0 & i\omega M_1 & i\omega M_2 & 0 & 0 & 0 & i\omega M_3 & i\omega M_1 & i\omega M_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & i\omega M_2 & i\omega M_1 & Z_0 & i\omega M_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & i\omega M_3 & i\omega M_1 & i\omega M_3 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & i\omega M_2 & i\omega M_1 & Z_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & i\omega M_3 & i\omega M_1 & 0 & 0 & 0 \\
 i\omega M_1 & i\omega M_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_0 & i\omega M_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & i\omega M_1 & i\omega M_3 \\
 i\omega M_3 & i\omega M_1 & i\omega M_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & i\omega M_1 & Z_0 & 0 & i\omega M_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & i\omega M_3 & i\omega M_1 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & i\omega M_3 & i\omega M_1 & i\omega M_3 & 0 & 0 & 0 & i\omega M_2 & 0 & Z_0 & i\omega M_1 & i\omega M_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & i\omega M_3 & i\omega M_1 & i\omega M_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & i\omega M_1 & Z_0 & i\omega M_1 & i\omega M_2 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & i\omega M_3 & i\omega M_1 & i\omega M_3 & 0 & 0 & 0 & i\omega M_2 & i\omega M_1 & Z_0 & i\omega M_1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & i\omega M_3 & i\omega M_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & i\omega M_2 & i\omega M_1 & Z_0 & 0 & 0 & 0 \\
 i\omega M_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & i\omega M_1 & i\omega M_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_0 & i\omega M_1 \\
 0 & i\omega M_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & i\omega M_3 & i\omega M_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & i\omega M_1 & Z_0
 \end{array} \right)
 \end{matrix} \quad (14)$$

Очевидно, что при условии равенства нулю соответствующего возбуждения ( $v_i$ ) мы получим равный нулю ток в данном элементе ( $I_i=0$ ).

## ГЛАВА 3. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ РАСПРОСТРАНЕНИЯ МАГНИТОИНДУКТИВНЫХ ВОЛН В МЕТАПОВЕРХНОСТЯХ

*В этой главе приводятся оригинальные результаты моделирования процессов распространения медленных магнитоиндуктивных волн в магнитных метаповерхностях на примере структуры размером  $15 \times 15$  метаатомов.*

### 3.1. Распространение МИ волн в зависимости от положения источника точечного возбуждения

Используя вид матриц импеданса (12) и идею расчета токов, описанных в предыдущей главе, в процессе работы была написана программа в пакете MatLab, код которой приводится в Приложении 1. Данное моделирование проведено для структуры аналогичной структуре, изображенной на рис.6, из работы [19].

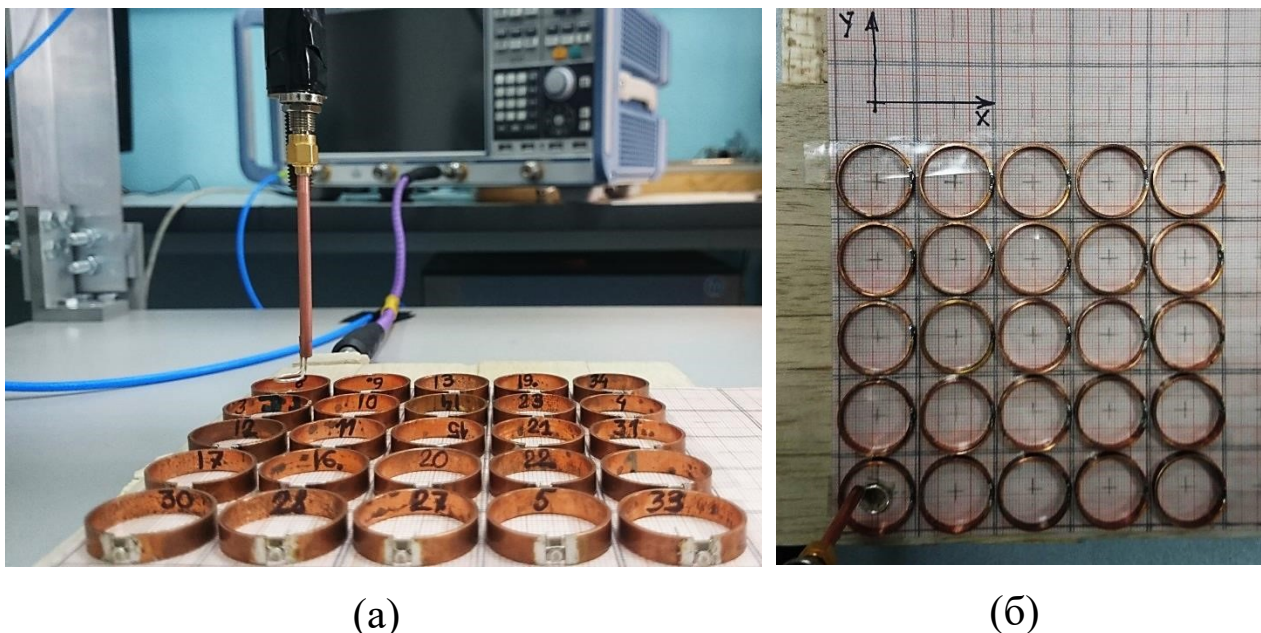


Рисунок 6 – Фотографии 2D магнитного метаматериала – метаповерхности – в форме квадрата из 25 элементов ( $\omega_0=50.9$  МГц) на подложке из балсовуда. (а) вид сбоку, (б) вид сверху [19].

В качестве параметров метаатомов для расчета собственного импеданса  $Z_0$  по формуле (15) были выбраны значения параметров метаатомов  $C$ ,  $R$ ,  $Q$ , и их взаимодействия  $\kappa$  близкие к величинам, полученным в эксперименте (Табл.1) из работы [19]. Величина взаимодействия полагалась равной  $\kappa = -0.065$ , что является характерной величиной по порядку для расстояния между метаатомами 1 мм в планарной конфигурации (диаметр элементов 23 мм).

Таблица 1. Параметры метаатомов и метаповерхности из работы [19].

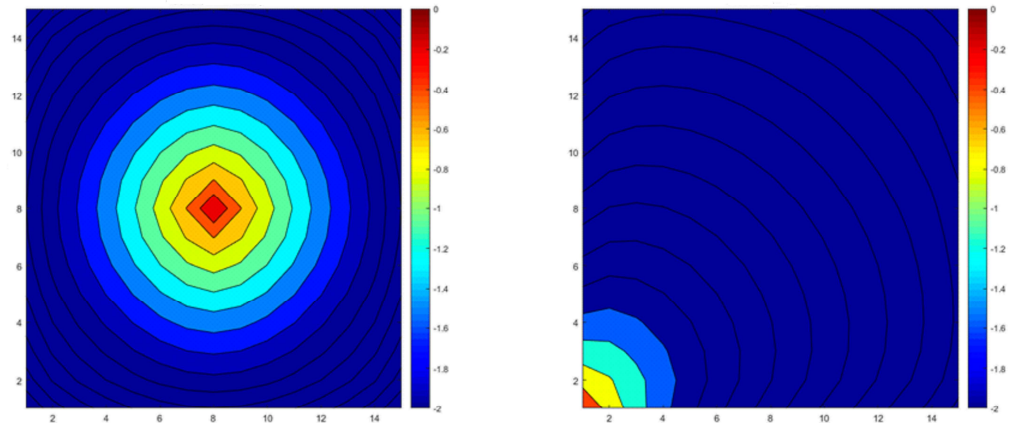
Параметр	Значения
Емкость, $C$ (Ф)	$340 \cdot 10^{-12}$
Сопротивление, $R$ (Ом)	0.065
Добротность, $Q$	90
Коэффициент магнитного взаимодействия, $\kappa$	-0.065
Коэффициент взаимоиндукции, $M$	$-1.175 \cdot 10^{-8}$
Резонансная частота, $\omega_0$ , МГц	50.89
Диаметр метаатомов, мм	23
Импеданс, $Z_0$	$0.065 + 3.043i$
Число метаатомов в структуре	225

Результаты моделирования распространения МИ волн показаны частично на рис.7 и более подробно в Приложении 2. Слева показаны результаты при возбуждении метаповерхности в центре и справа показаны результаты при возбуждении в левом нижнем углу. Анализ результатов моделирования позволяет сделать следующие выводы.

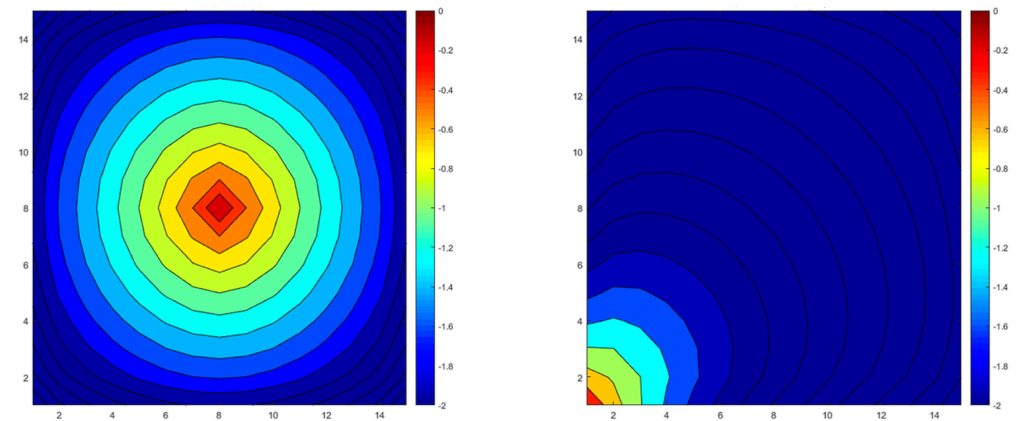
Прежде всего, отметим, что в зависимости от положения точечного источника возмущения существенно отличается симметрия распространения МИ волн в МГц диапазоне.

Далее, очевидно, что полоса пропускания МИ волн находится вблизи резонансной частоты элементов  $\omega_0 = 50.9$  МГц. Можно полагать, что распространение МИ волн происходит в интервале частот 45.4-59.2 МГц, когда возбуждение от антенны, расположенной в центре системы, практически достигает границ метаповерхности (Рис.7б). При возбуждении в углу полоса распространения МИ волн незначительно сужается 45.7-58.7

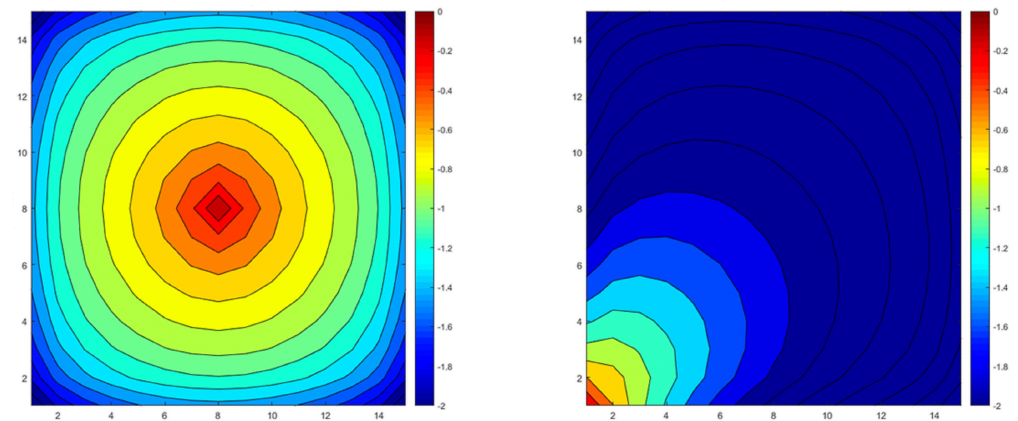
МГц. Такое сужение, можно объяснить тем, что во втором случае (при возбуждении в углу), МИ волна должна пройти путь вдоль диагонали, где расстояние между элементами больше, т.е. взаимодействие слабее, следовательно, в соответствии с формулой (5) и полоса пропускания МИ волн становится уже.



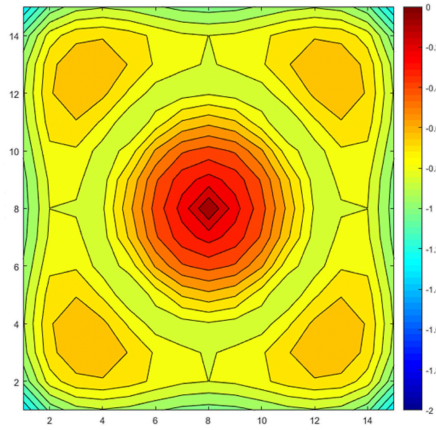
(а) 45 МГц



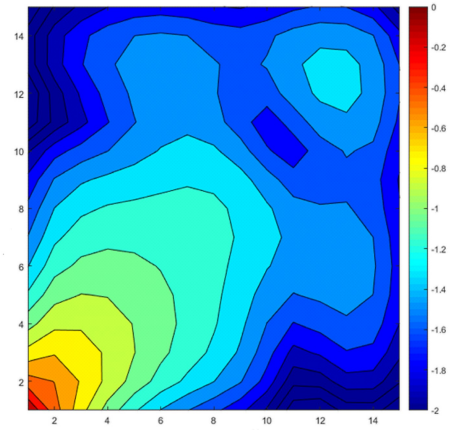
(б) 45.2 МГц



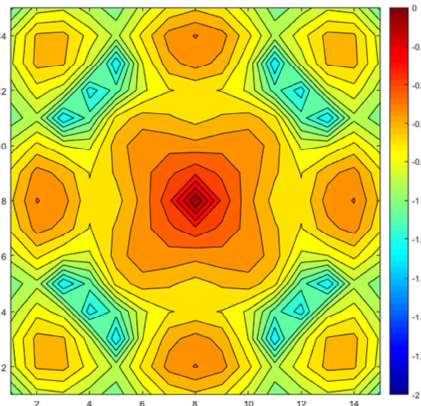
(в) 45.4 МГц



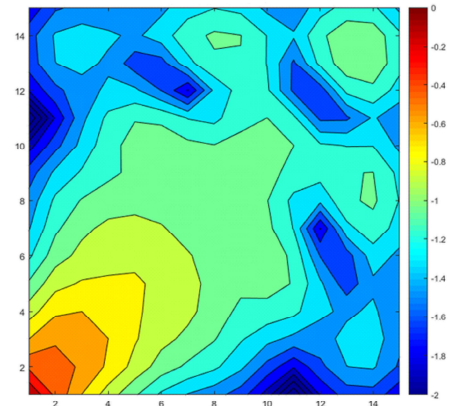
(г) 45.8 МГц



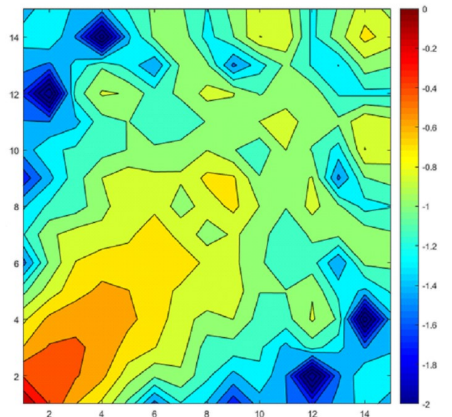
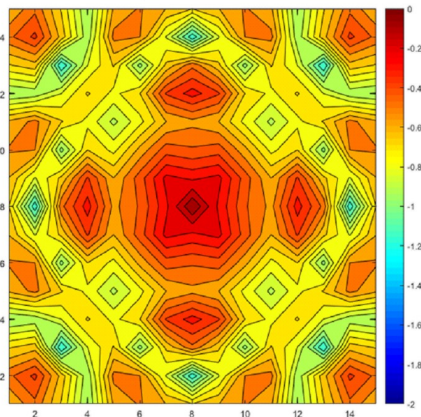
(д) 46.2 МГц

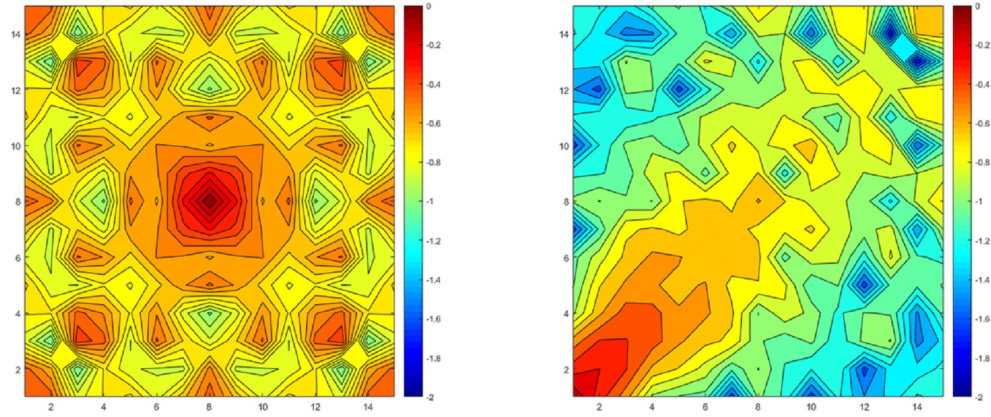


(е) 46.6 МГц

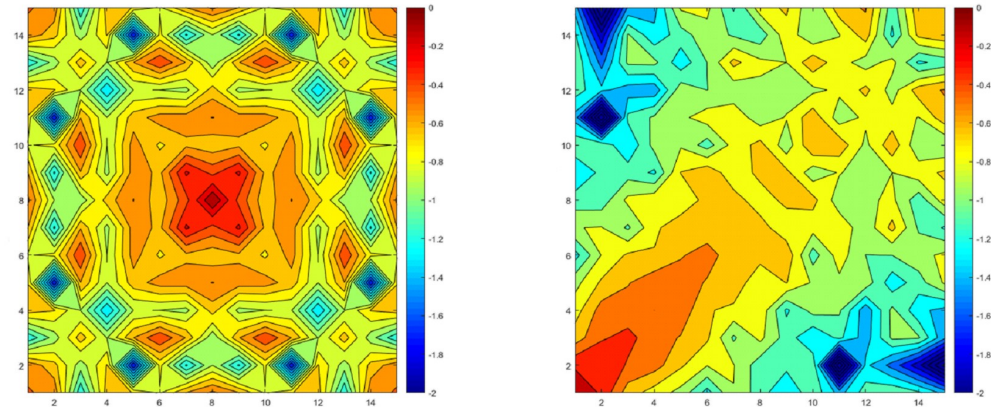


(ж) 47 МГц

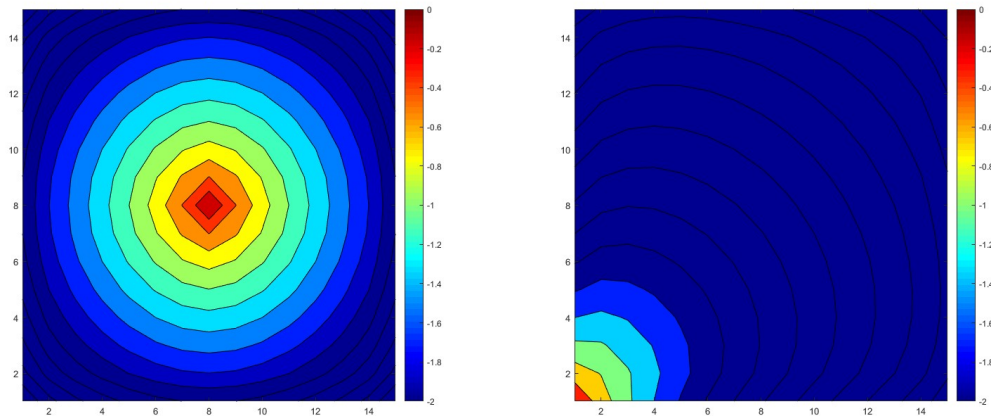




**(з) 47.8 МГц**



**(и) 54.2 МГц**



**(к) 59.6 МГц**

Рисунок 7 – Результаты моделирования распространения МИ волн в метаповерхности из  $15 \times 15$  метаатомов в предположении взаимодействия ближайших соседей. Распределение приведено на разных частотах вне резонансной частоты в случае, когда возбуждающая антенна расположена в центре (слева) и в левом нижнем углу (справа). Величина возбуждения показана в относительных единицах. Резонансная частота метаатомов  $\omega_0 = 50.9$  МГц.

Однако напрямую использовать формулу (5) для определения ширины полосы пропускания нельзя, т.к. она получена для одномерного случая, и, например, оценка величины коэффициента взаимодействия из ширины полосы пропускания  $\delta\omega$  дает сильно завышенную величину  $\kappa_{оцен}=0.26$ , по сравнению с используемой в моделировании величиной  $\kappa=-0.065$ .

Подчеркну, что влияние граничных условий *заведомо учитывается в представленной модели*, что наглядно видно на рис. Рис.7 (б, в, г), когда с ростом частоты по мере распространения возбуждения по структуре и достижения границ происходит отражение, что в свою очередь приводит к многообразию возникающих собственных мод возбуждения структуры при последующем росте частоты (Рис.7д-и). Дальнейший рост частоты приводит к выходу из полосы пропускания МИ волн и затуханию возбуждения вблизи от источника (Рис.7 к). Кроме того, видно, что возникающие моды очень похожи на частотах симметричных относительно  $\omega_0$ , особенно вблизи  $\omega_0$ , (напр. 47.8 и 54.2МГц для возбуждения в центре Рис.7 (з,и) и Приложение 2).

Особенно наглядно влияние положения возбуждающей антенны видно на резонансной частоте, показанное на рис.8.

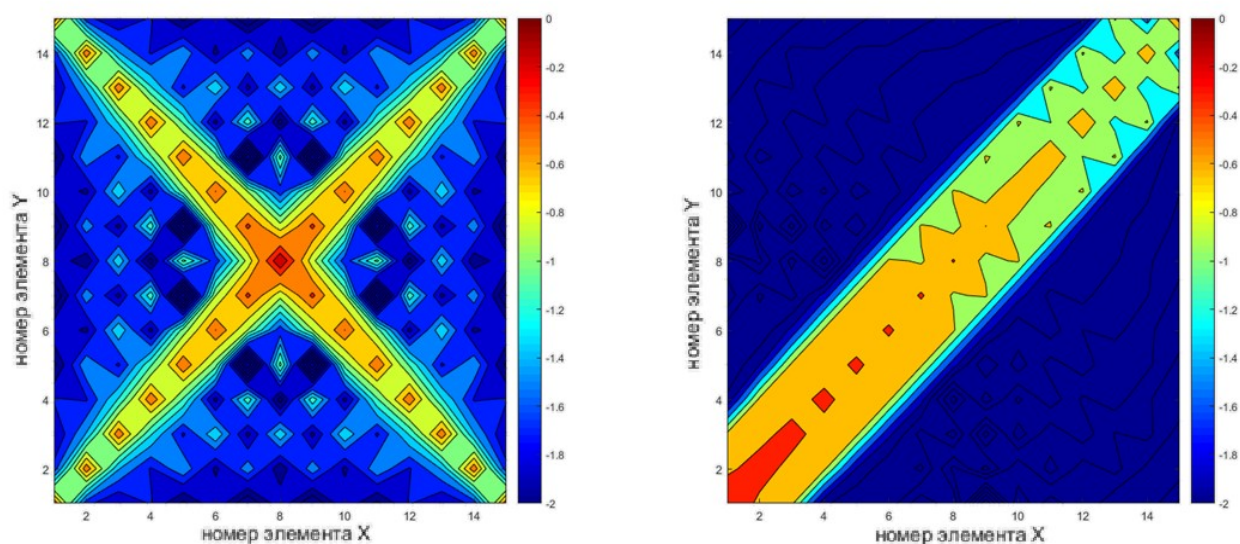


Рисунок 8 - Распределение возбуждения метаповерхности из  $15 \times 15$  метаатомов на резонансной частоте элементов  $\omega_0=50.9$ МГц в случае, когда возбуждающая антенна расположена в центре (слева) и в левом нижнем углу (справа). Величина возбуждения показана в относительных единицах.



Видно, что симметрия, ширина и направление каналов распространения волн существенным образом зависят от положения возбуждающей антенны и на резонансной частоте. При возбуждении в центре формируется узкие каналы распространения МИ волн на резонансной частоте, в то время как при возбуждении в углу – широкие.

На одной и той же частоте в метаповерхностях, с одинаковой структурой, составленных из одинаковых метаатомов, наблюдаются различные собственные моды возбуждения в зависимости от положения возбуждающей антенны. И по однородной метаповерхности распространяются МИ волны, чья симметрия обусловлена и симметрией самой метаповерхности и положением возбуждающей антенны.

### 3.2. Влияние однократной неоднородности типа «дырка» на распространение МИ волн

Перейдем теперь к рассмотрению неоднородной структуры. Под неоднородностью будет понимать «дырку» в метаповерхности, то есть отсутствие метаатома в структуре, обозначаемый далее на рисунках как белый ромб. Возбуждение метаповерхности с дыркой на диагонали вблизи угла показано на Рис.8. Видно, что наличие дырки вместо одного из метаатомов существенным образом меняет симметрию распространения волн. Волна отражается от дырки и меняет свое направление. При возбуждении в центре волна отражается от дырки и не доходит до края за дыркой, а центры граней, ранее не возбужденные, наоборот, теперь возбуждаются.

При возбуждении в углу изначально формируется широкий канал распространения МИ волн (Рис.8 слева), поэтому наряду с отражением есть и огибание препятствия волной. Отражение от неоднородности приводит к возникновению дополнительных узких каналов распространения МИ волн. При этом, конечно, происходит ослабление центрального канала.

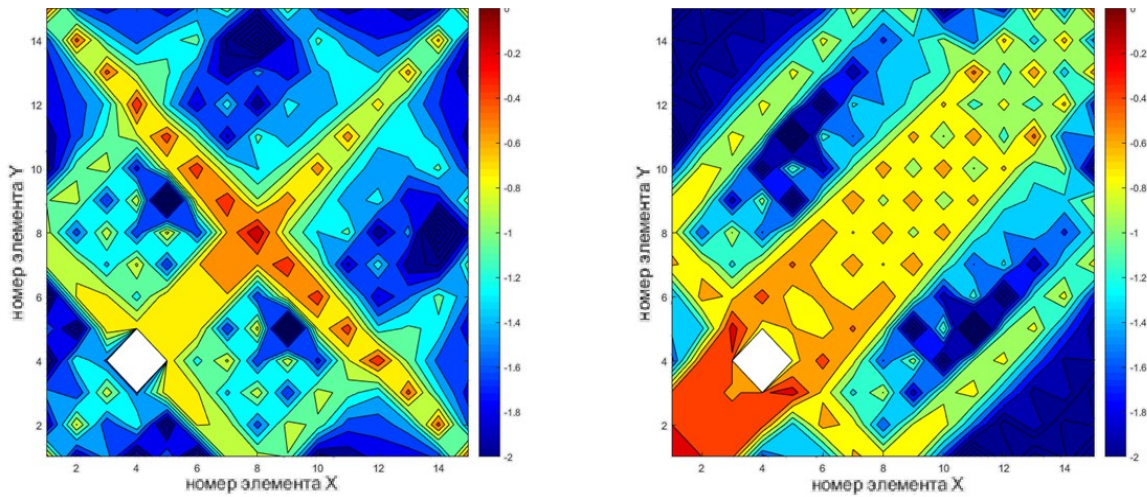


Рисунок 9 - Возбуждение (в отн.ед.) на резонансной частоте  $\omega_0=50.9$ МГц метаповерхности с одной «дыркой»: возбуждающая антенна в центре (слева), антенна в левом нижнем углу (справа). «Дырка» обозначена белым ромбом.

Таким образом, присутствие даже однократной небольшой неоднородности типа «дырка» существенно влияет на распространение МИ волн в метаповерхностях с взаимодействующими метаатомами.

### 3.3. Влияние неоднократных неоднородностей на симметрию распространения МИ волн

Рассмотрим влияние нескольких неоднородностей на распределение МИ волн в исследуемой структуре. Далее мы будем рассматривать достаточно симметричное расположение неоднородностей, как например, на Рис.10, где две дырки расположены симметрично на диагонали.

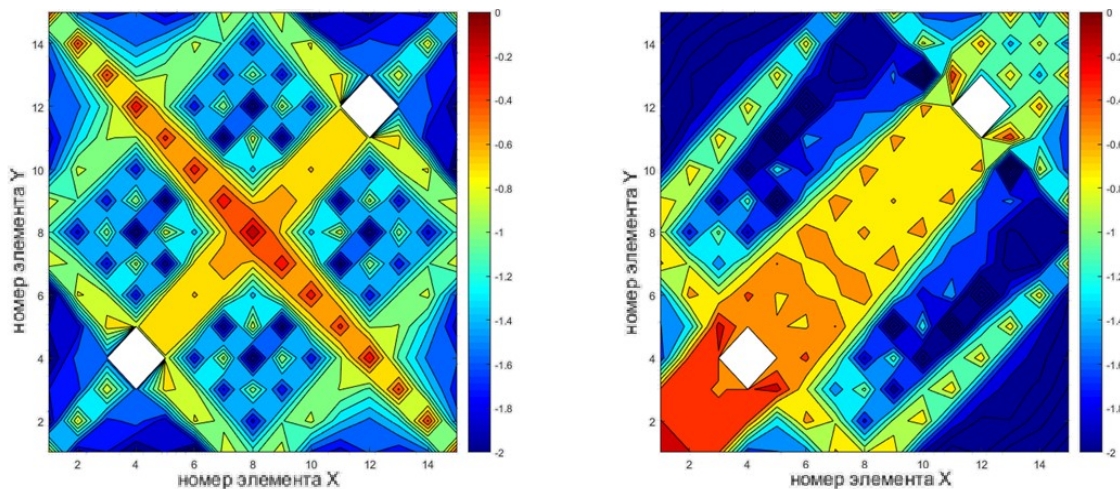


Рисунок 10 – Возбуждение (в отн.ед.) на резонансной частоте  $\omega_0=50.9$ МГц метаповерхности с двумя «дырками»: возбуждающая антенна в центре (слева), в левом нижнем углу (справа). «Дырки» обозначены белым ромбом.

При центральном возбуждении, вторая дырка практически блокирует возбуждение ближнего к ней угла, полностью перекрывая соответствующий узкий канал распространения (Рис.10 слева). Отражение от дырки формирует дополнительные каналы, параллельные главным диагоналям и приводящие к устойчивому возбуждению середин сторон поверхности, чего не было при центральном возбуждении однородной поверхности (Рис. 8 и Рис.10 справа).

При возбуждении в углу, также, как и в случае с однократной неоднородностью, происходит огибание волной препятствия, и возбуждение по-прежнему доходит в противоположный угол. Картина распределения возбуждения на резонансной частоте метаповерхности с двумя дырками практически не отличается от возбуждения поверхности с одной дыркой (Рис.9 справа и Рис.10 справа).

Добавление пары дырок на вторую главную диагональ еще сильнее меняет распределение МИ волн в метаповерхности на резонансной частоте (Рис.11). При возбуждении в центре, в отличие от возбуждения однородной поверхности (Рис.8 слева), полностью перекрыты каналы возбуждения, направленные в углы структуры, и сформировано возбуждение центральной области и середины сторон.

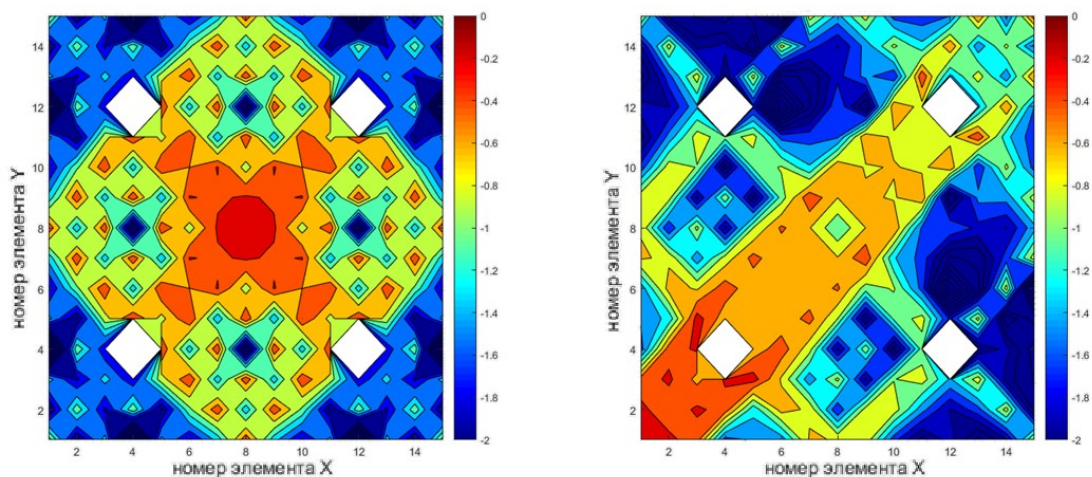


Рисунок 11 - Возбуждение (в отн.ед.) на резонансной частоте  $\omega_0 = 50.9$  МГц метаповерхности с четырьмя «дырками»: возбуждающая антенна в центре (слева), антенна в левом нижнем углу (справа). «Дырки» обозначены белым ромбом.

При возбуждении в углу добавленные на вторую диагональ дырки попали на дополнительные каналы возбуждения, и, как было логично предположить, разрушили их.

На Рис. 12 показано возбуждение структуры с 8 симметрично расположенными дырками. Наиболее интересный результат, здесь, на наш взгляд, получился для возбуждения в углу, когда оказалось практически восстановленной картина распределения возбуждения однородной структуры.

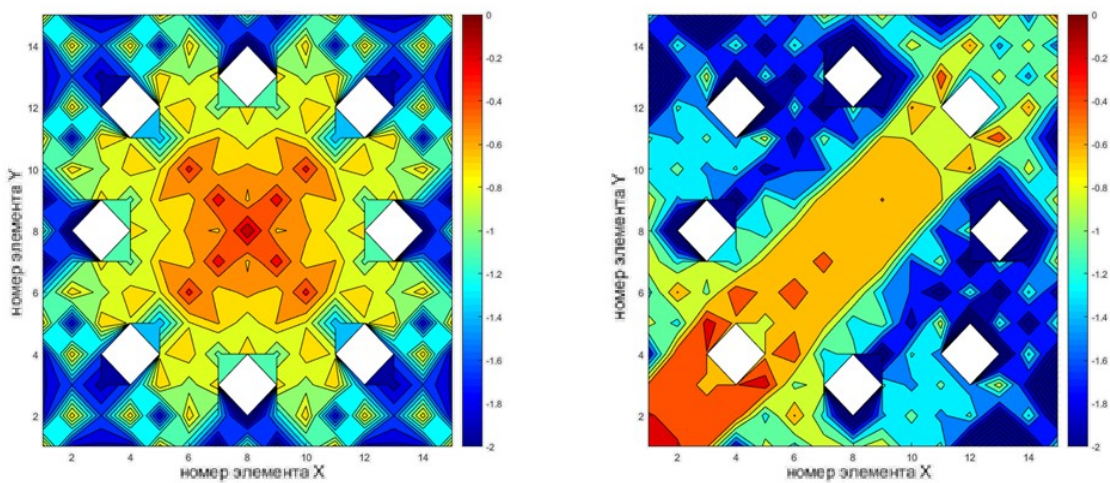


Рисунок 12 - Возбуждение (в отн.ед.) на резонансной частоте  $\omega_0=50.9$ МГц метаповерхности с восьмью «дырками»: возбуждающая антенна в центре (слева), антенна в левом нижнем углу (справа).

Таким образом, можно сказать, что наша методика расчета распространения МИ волн в однородных и неоднородных метаповерхностях с взаимодействующими метаатомами работает хорошо.

Эта методика может быть использована как для анализа влияния неоднородностей, так и для учета в будущем взаимодействия более высоких порядков дальности, а не только взаимодействия ближайших соседей.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в процессе выполнения работы

- разработан способ записи и вид матрицы импедансов для двумерных однородных и неоднородных магнитных метаматериалов с учетом порядка взаимодействия метаатомов («ближайших соседей», «соседей через одного» и «диагональных соседей»). Показано, каким образом можно учитывать в матрице импедансов неоднородности типа «дырка».
- исследовано влияние положения точечного источника возбуждения на симметрию распространения МИ волн в двумерной квадратной метаповерхности из 225 метаатомов в приближении взаимодействия ближайших соседей. Обнаружено, что возбуждение в центре формирует узкие каналы распространения МИ волн на резонансной частоте, в то время как возбуждение в углу – широкие.
- показано, что локальные неоднородности типа «дырка» существенно влияют на симметрию, ширину, и направление каналов распространения МИ волн в магнитных метаповерхностях и могут быть использованы для контролируемого возбуждения выбранных частей структуры.

На следующем этапе работы планируется исследовать распространение МИ волн в метаповерхностях с учетом взаимодействия более высоких порядков.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Pendry J. B., Holden A. J., Stewart W. J., Youngs I., «Extremely low frequency plasmons in metallic mesostructures», *Physical Review Letters*, v.76, p.4773 (1996).
2. Веселаго В. Г. "Перенос энергии, импульса и массы при распространении электромагнитной волны в среде с отрицательным преломлением", *УФН*, 179, 689–694, (2009).
3. Pendry J.B., Holden A.J., Robbins D.J., Stewart W.J., «Magnetism from conductors and enhanced nonlinear phenomena», *IEEE v.47* , pp. 2075 - 2084 (1999).
4. В.Г. Веселаго, «Электродинамика веществ с одновременно отрицательными значениями  $\epsilon$  и  $\mu$ », *УФН*, том 92, в.3 (1967).
5. Syms R. R. A., Shamonina E. and Solymar L. Magnetoinductive waveguide devices. *IEE Proc. Microw. Ant. Prop.*, 153, 111–121, (2006).
6. Wiltshire M. C. K., Pendry J. B., Young I. R., Larkman J., Gilderdale D. J. and Hajnal J. V. Microstructured magnetic materials for radio frequency operation in magnetic resonance imaging (MRI). *Science*, 291, 849–851, (2001).
7. Pendry J. B. Negative refraction makes a perfect lens. *Phys. Rev. Lett.*, 85, 3966–3969, (2000).
8. Radkovskaya A., Shamonin M., Stevens C. J., Faulkner G., Edwards D. J., Shamonina E., and Solymar L. Resonant frequencies of a combination of split rings: experimental, analytical and numerical study. *Microwave and optical technology letters*. V. 46. No. 5. P. 473-476, (2005).
9. Sydoruk O., Tatartschuk E., Shamonina E., and Solymar L. Analytical formulation for the resonant frequency of split rings. *J. Appl. Phys.* No. 105, P. 014903-1-014903-4, (2009).
10. Soukoulis M., Wegener M. Past achievements and future challenges in the development of three-dimensional photonic metamaterials. *Nature photonics* V.5 p.523-530, (2011).
11. Shamonina E., Kalinin V.A., Ringhofer K.H., Solymar L. Magnetoinductive

- waves in one, two and three dimensions. *J.App.Phys.*, 92, p. 6252-6261. (2002).
- 12.Петров П.С. «Взаимодействие в плотноупакованных магнитных метаматериалах». Магистерская диссертация, физфак МГУ, 53 стр. (2017).
  - 13.Shamonina E., Solymar L. *Waves in Metamaterials*. Oxf.Uni.Press, 385 p. (2009).
  - 14.Zhuromskyy O., Shamonina E. and Solymar L. 2D meta- materials with hexagonal structure: spatial resonances and near field imaging. *Opt. Exp.*, 13, 9299–9309, (2005).
  - 15.Радковская А.А., Прудников В.Н. П.Н., Бабушкин А.К., Королев А.Ф., Сухоруков А.П. Специальный физический практикум, (2009).
  - 16.Wiltsher M.C.K., Shamonina E., Young I.R., Solymar L. Experimental and theoretical study of magneto-inductive waves supported by one-dimensional arrays of ‘Swiss Rolls’. *J.Appl.Phys.*, 95, p.4488-4493, (2003).
  - 17.Syms R.R.A., Shamonina E., Solymar L., Positive and negative refraction of magnetoinductive waves in two dimensions. *Eur.Phys. J.B.*, 46, p.301-308, (2005).
  - 18.Syms R. R. A., Young I. R. and Solymar L. Low-loss mag-netoinductive waveguides. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, 39, 1945–1951, (2006).
  - 19.Вакуленко А.Ю. «Экспериментальное исследования поверхностных магнитоиндуктивных волн в метаматериалах». Дипломная работа, физфак МГУ, 56 стр. (2016).
  - 20.Radkovskaya A., Sydoruk O., Shamonin M., Shamonina E., Stevens C.J., Faulkner G., Edwards D.J., Solymar L. Experimental study of a bi-periodic magnetoinductive waveguide: comparison with theory. *IET Microw. Antennas Propag.*, 1, p. 80–83, (2007).
  - 21.Пальванова Г.С. Фононоподобная дисперсия в дискретных магнитных метаматериалах в МГц диапазоне. Дипломная работа, физфак МГУ, 52 стр. (2013).

## ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Здесь приведен код написанной в пакете MatLab программы, которая была использована для моделирования распространения магнитоиндуктивных волн в квадратной однослойной метаповерхности из взаимодействующих метаатомов в предположении взаимодействия ближайших соседей.

```
% Аналитическое получение распределений токов в структуре
%-----при возбуждении в углу-----

clear all
% Параметры элементов и их взаимодействия в метаповерхности
omega0=50.89*10^6 ; % резонансная частота
omega=40*10^6 ; % начальная частота для расчета дисперсии
C=(340*10^(-12)) ; % впаянная емкость
R=0.065; % сопротивление эквивалентного контура
%R=sqrt((2*pi*C^2*omega0^2)^(-1))/90;
M=-0.065/(2*pi*C*omega0^2); % расчет взаимной индуктивности по коэф
взаимодействия по формуле (16)
delta_omega=0.02*10^6; % шаг по частоте
omega_nach=omega;

V=1:1:225
for n=2:225
    V(n)=0;
end

for kk=1:1:1000
    kk
    omega=omega+delta_omega;
    Z0=sqrt(-1)*((omega/omega0)^2-1)/(2*pi*omega*C)+R;
    D=omega*M*sqrt(-1);

    for x2=1:225
        for y2=1:225
            Z(x2,y2)=0;
        end
    end

    for x2=1:225
        Z(x2,x2)=Z0;
        if(x2<=210)
            Z(x2+15,x2)=D;
            Z(x2,x2+15)=D;
        end
        if(rem(x2,15)~=0)
            Z(x2+1,x2)=D;
            Z(x2,x2+1)=D;
        end
    end

end

% Положение неоднородности типа "дырка"
% x=49;
% Z(x,x+1)=0.0;
% Z(x,x-1)=0.0;
% Z(x,x+15)=0.0;
```



```
% Z(x, x-15)=0.0;  
% Z(x+1, x)=0.0;  
% Z(x-1, x)=0.0;  
% Z(x+15, x)=0.0;  
% Z(x-15, x)=0.0;
```

```
%x=57;  
% Z(x, x+1)=0.0;  
% Z(x, x-1)=0.0;  
% Z(x, x+15)=0.0;  
% Z(x, x-15)=0.0;  
% Z(x+1, x)=0.0;  
% Z(x-1, x)=0.0;  
% Z(x+15, x)=0.0;  
% Z(x-15, x)=0.0;
```

```
%x=169;  
% Z(x, x+1)=0.0;  
% Z(x, x-1)=0.0;  
% Z(x, x+15)=0.0;  
% Z(x, x-15)=0.0;  
% Z(x+1, x)=0.0;  
% Z(x-1, x)=0.0;  
% Z(x+15, x)=0.0;  
% Z(x-15, x)=0.0;
```

```
%x=177;  
% Z(x, x+1)=0.0;  
% Z(x, x-1)=0.0;  
% Z(x, x+15)=0.0;  
% Z(x, x-15)=0.0;  
% Z(x+1, x)=0.0;  
% Z(x-1, x)=0.0;  
% Z(x+15, x)=0.0;  
% Z(x-15, x)=0.0;
```

```
%x=38;  
% Z(x, x+1)=0.0;  
% Z(x, x-1)=0.0;  
% Z(x, x+15)=0.0;  
% Z(x, x-15)=0.0;  
% Z(x+1, x)=0.0;  
% Z(x-1, x)=0.0;  
% Z(x+15, x)=0.0;  
% Z(x-15, x)=0.0;
```

```
%x=108;  
% Z(x, x+1)=0.0;  
% Z(x, x-1)=0.0;  
% Z(x, x+15)=0.0;  
% Z(x, x-15)=0.0;  
% Z(x+1, x)=0.0;  
% Z(x-1, x)=0.0;  
% Z(x+15, x)=0.0;  
% Z(x-15, x)=0.0;
```

```
%x=118;  
% Z(x, x+1)=0.0;  
% Z(x, x-1)=0.0;  
% Z(x, x+15)=0.0;  
% Z(x, x-15)=0.0;  
% Z(x+1, x)=0.0;  
% Z(x-1, x)=0.0;
```

```

% Z(x+15,x)=0.0;
% Z(x-15,x)=0.0;

%x=188;
% Z(x,x+1)=0.0;
% Z(x,x-1)=0.0;
% Z(x,x+15)=0.0;
% Z(x,x-15)=0.0;
% Z(x+1,x)=0.0;
% Z(x-1,x)=0.0;
% Z(x+15,x)=0.0;
% Z(x-15,x)=0.0;

I2=V*Z^(-1);
freq(kk)=omega;
for y2=1:15
for x2=1:15
signal2(x2,y2,kk)=I2(1,x2+(y2-1)*15);
end
end

end

% Аналитическое получение распределений токов в структуре
%-----при возбуждении в центре-----

omega0=50.89*10^6 ;
omega=40*10^6 ;
C=(340*10^(-12)) ;
R=0.065;
%R=sqrt((2*pi*C^2*omega0^2)^(-1))/90;
M=-0.065/(2*pi*C*omega0^2);
delta_omega=0.02*10^6;
omega_nach=omega;

V=1:1:225
for n=1:225
V(n)=0;
end
V(113)=1

for kk=1:1:1000
kk
omega=omega+delta_omega;
Z0=sqrt(-1)*((omega/omega0)^2-1)/(2*pi*omega*C)+R;
D=omega*M*sqrt(-1);

for x1=1:225
for y1=1:225
Z(x1,y1)=0;
end
end

for x1=1:225
Z(x1,x1)=Z0;
if(x1<=210)
Z(x1+15,x1)=D;
Z(x1,x1+15)=D;
end
end

```

```

    if (rem(x1, 15) ~= 0)
        Z(x1+1, x1) = D;
        Z(x1, x1+1) = D;
    end

end

% Положение неоднородности типа "дырка"
% x=49;
% Z(x, x+1)=0.0;
% Z(x, x-1)=0.0;
% Z(x, x+15)=0.0;
% Z(x, x-15)=0.0;
% Z(x+1, x)=0.0;
% Z(x-1, x)=0.0;
% Z(x+15, x)=0.0;
% Z(x-15, x)=0.0;

%x=57;
% Z(x, x+1)=0.0;
% Z(x, x-1)=0.0;
% Z(x, x+15)=0.0;
% Z(x, x-15)=0.0;
% Z(x+1, x)=0.0;
% Z(x-1, x)=0.0;
% Z(x+15, x)=0.0;
% Z(x-15, x)=0.0;

%x=169;
% Z(x, x+1)=0.0;
% Z(x, x-1)=0.0;
% Z(x, x+15)=0.0;
% Z(x, x-15)=0.0;
% Z(x+1, x)=0.0;
% Z(x-1, x)=0.0;
% Z(x+15, x)=0.0;
% Z(x-15, x)=0.0;

%x=177;
% Z(x, x+1)=0.0;
% Z(x, x-1)=0.0;
% Z(x, x+15)=0.0;
% Z(x, x-15)=0.0;
% Z(x+1, x)=0.0;
% Z(x-1, x)=0.0;
% Z(x+15, x)=0.0;
% Z(x-15, x)=0.0;

%x=38;
% Z(x, x+1)=0.0;
% Z(x, x-1)=0.0;
% Z(x, x+15)=0.0;
% Z(x, x-15)=0.0;
% Z(x+1, x)=0.0;
% Z(x-1, x)=0.0;
% Z(x+15, x)=0.0;
% Z(x-15, x)=0.0;

%x=108;
% Z(x, x+1)=0.0;
% Z(x, x-1)=0.0;
% Z(x, x+15)=0.0;
% Z(x, x-15)=0.0;
% Z(x+1, x)=0.0;

```

```

% Z(x-1,x)=0.0;
% Z(x+15,x)=0.0;
% Z(x-15,x)=0.0;

%x=118;
% Z(x,x+1)=0.0;
% Z(x,x-1)=0.0;
% Z(x,x+15)=0.0;
% Z(x,x-15)=0.0;
% Z(x+1,x)=0.0;
% Z(x-1,x)=0.0;
% Z(x+15,x)=0.0;
% Z(x-15,x)=0.0;

%x=188;
% Z(x,x+1)=0.0;
% Z(x,x-1)=0.0;
% Z(x,x+15)=0.0;
% Z(x,x-15)=0.0;
% Z(x+1,x)=0.0;
% Z(x-1,x)=0.0;
% Z(x+15,x)=0.0;
% Z(x-15,x)=0.0;

I1=V*Z^(-1);
freq(kk)=omega;
for y1=1:15
for x1=1:15
signal1(x1,y1,kk)=I1(1,x1+(y1-1)*15);
end
end

end

figure;
for kk=100:10:1000;
kk
ax2=subplot(1,2,2)
contourf(log10(abs(signal2(:,:,kk))./max(max(abs(signal2(:,:,kk)))))),15);
shading flat;
colormap(ax2,jet)
colorbar()
caxis([-2 0])
title(['частота \omega=',num2str(freq(kk)/10^6),' МГц'])
xlabel('номер элемента X'); ylabel('номер элемента Y');

ax1=subplot(1,2,1)
contourf(log10(abs(signal1(:,:,kk))./max(max(abs(signal1(:,:,kk)))))),15);
shading flat;
colormap(ax1,jet)
colorbar()
caxis([-2 0])
title(['частота \omega=',num2str(freq(kk)/10^6),' МГц'])
xlabel('номер элемента X'); ylabel('номер элемента Y');

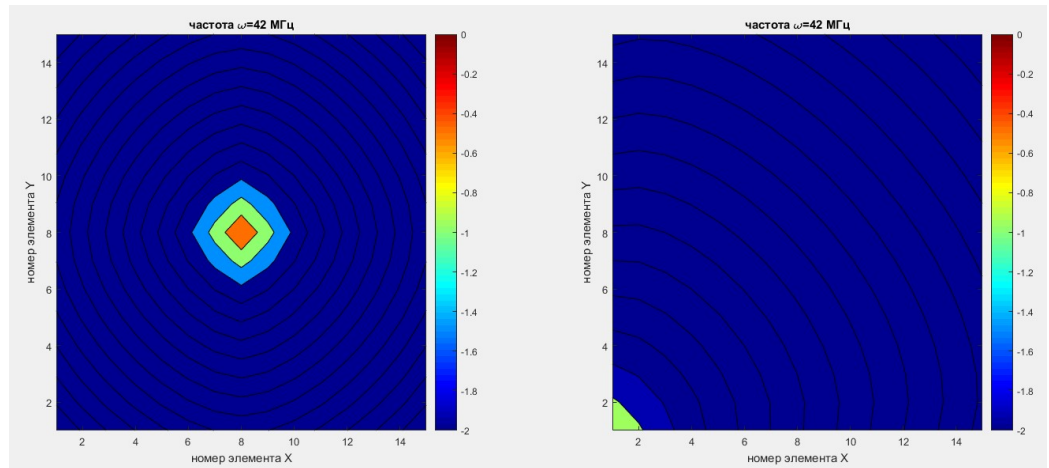
pause()
end

```

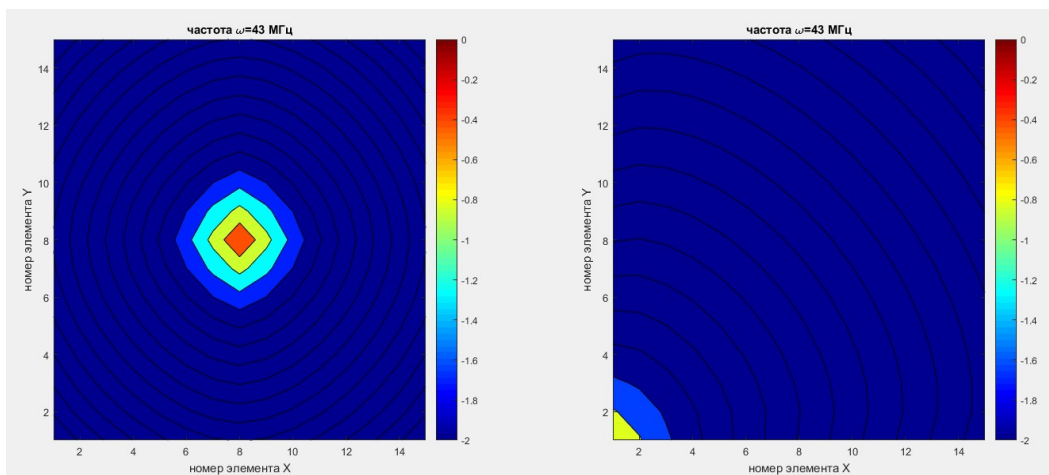
## ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Результаты моделирования распространения МИ волн в магнитной метаповерхности размером  $15 \times 15$  метаатомов на частотах от 42 до 60 МГц в приближении взаимодействия «ближайших соседей» с коэффициентом взаимодействия  $\kappa = -0.065$ . Резонансная частота элементов  $\omega_0 = 50.89$  МГц. Слева – при точечном возбуждении центрального элемента, справа – при возбуждении элемента метаповерхности в левом нижнем углу. Сигнал нормирован на максимальное значение.

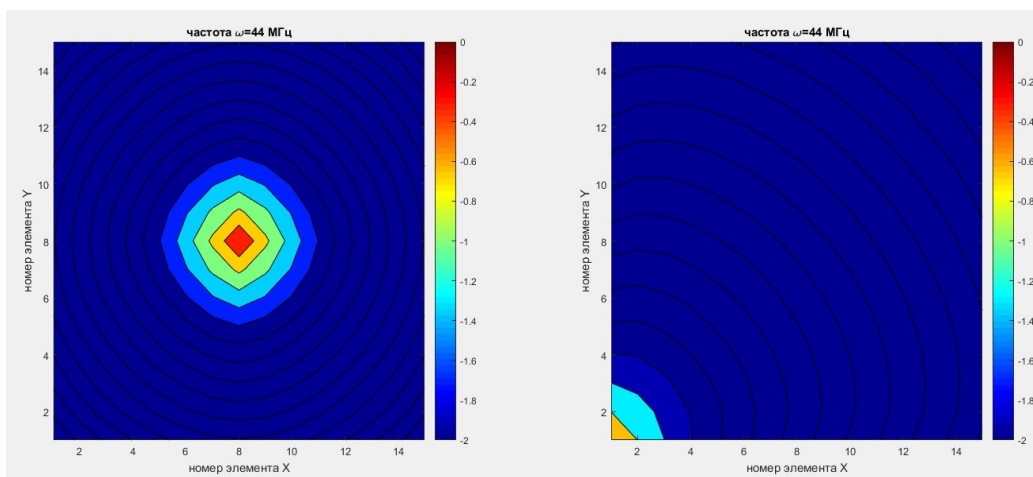
**42 МГц**



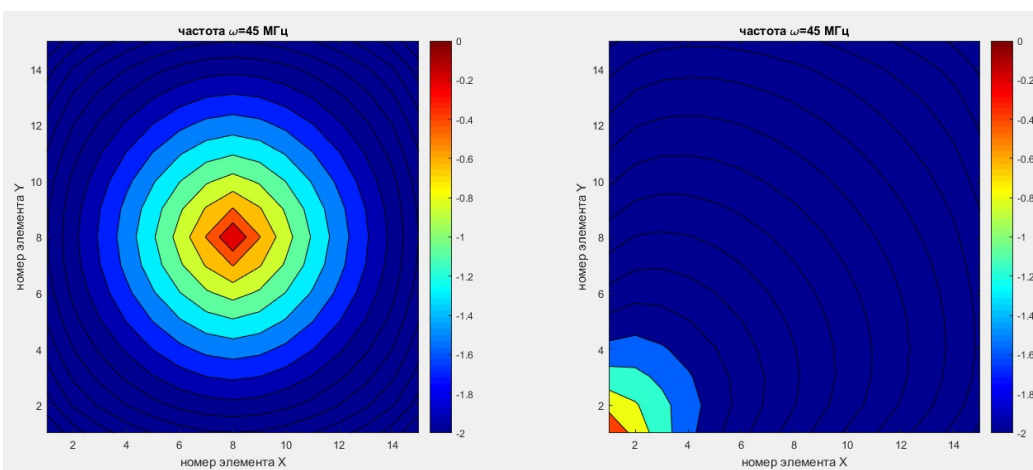
**43 МГц**



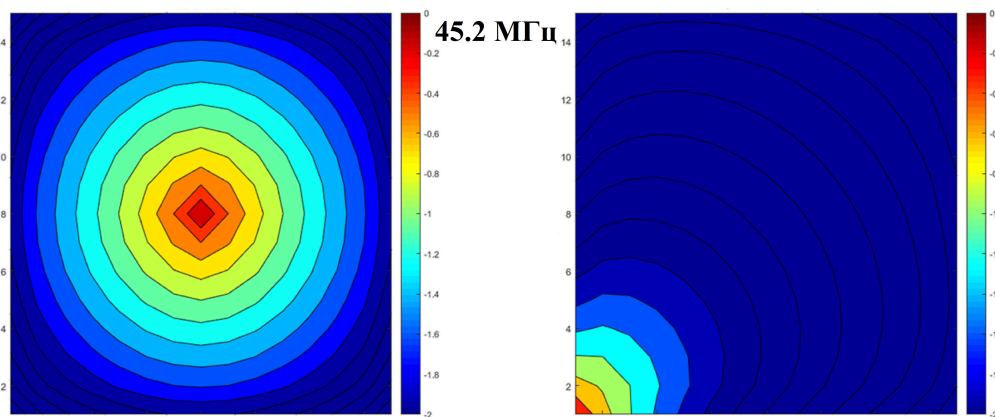
**44 МГц**



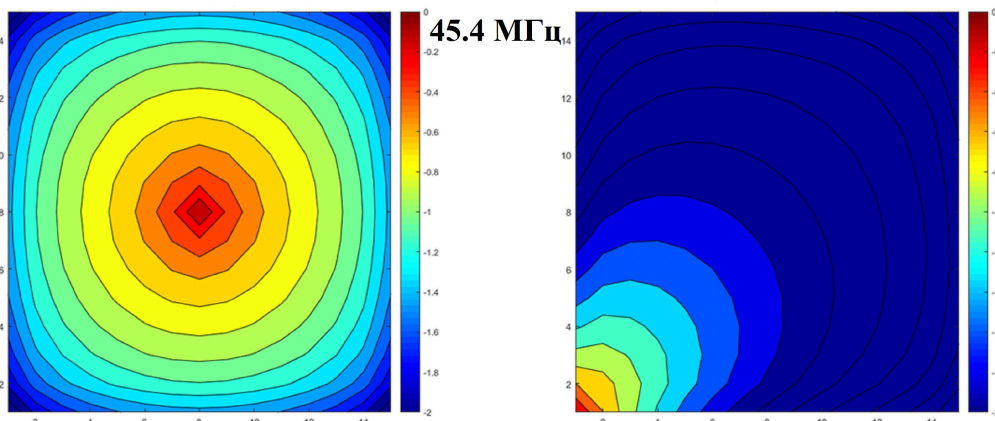
**45 МГц**

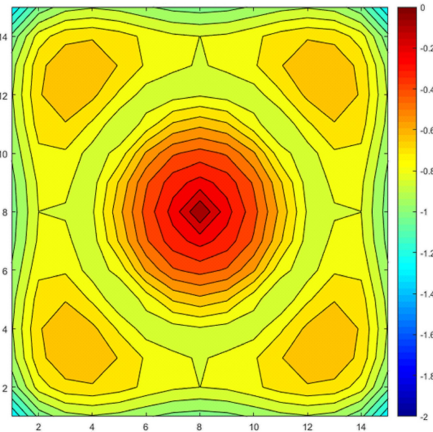


**45.2 МГц**

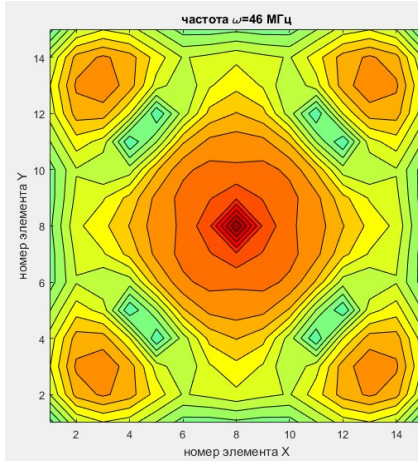
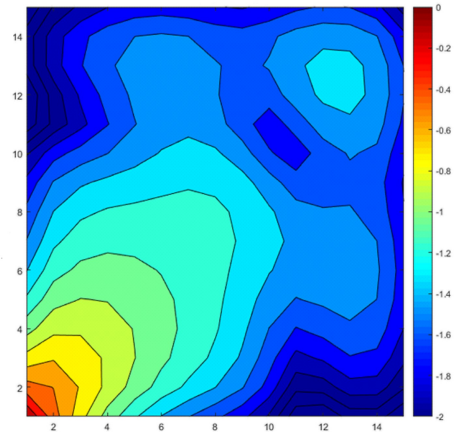


**45.4 МГц**

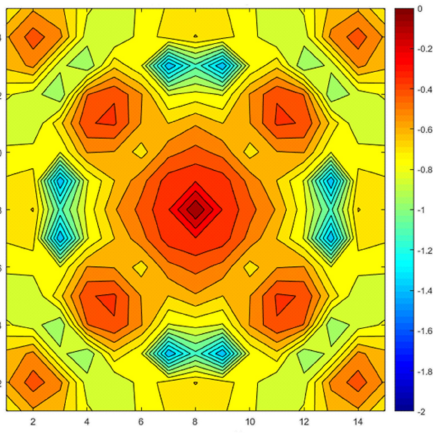
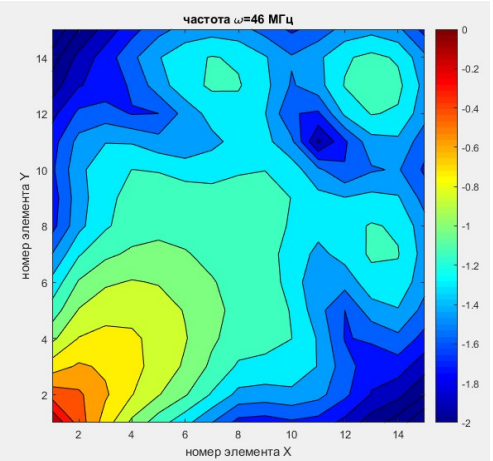




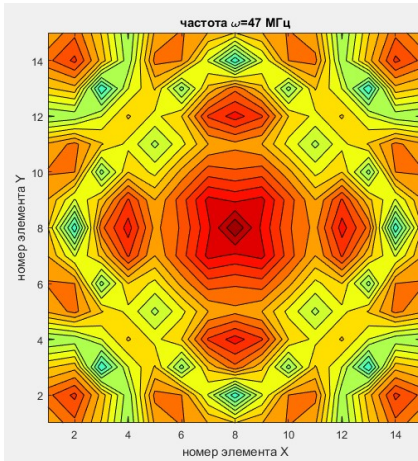
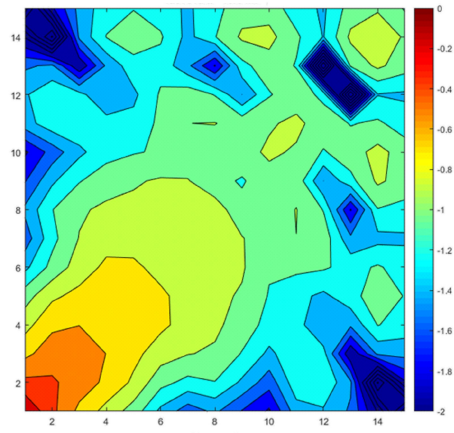
**45.8 МГц**



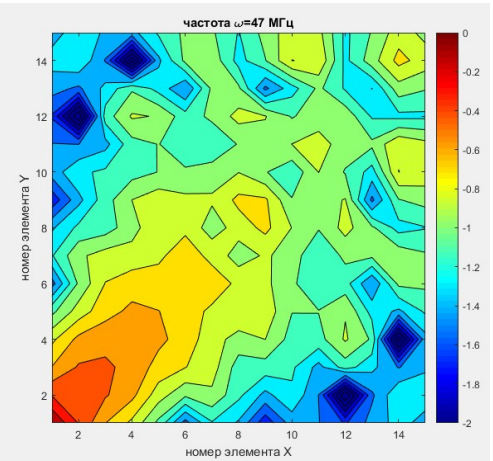
**46 МГц**

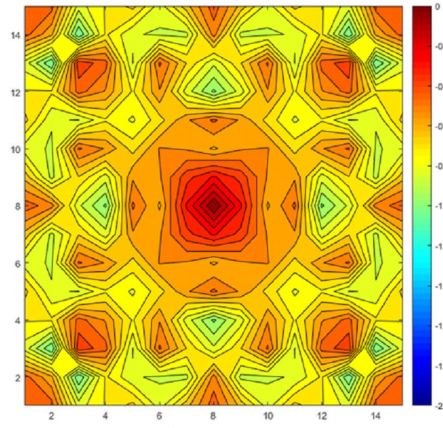


**46.6 МГц**

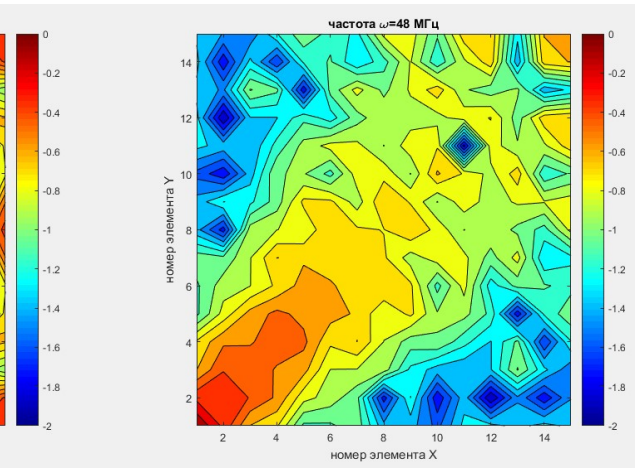
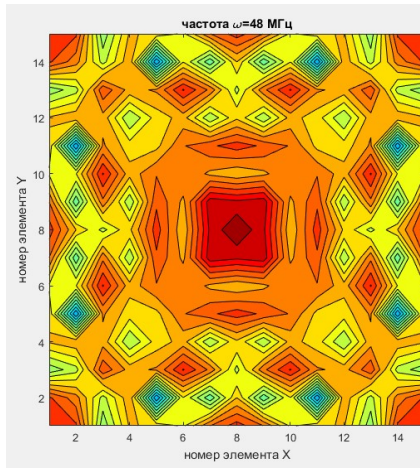
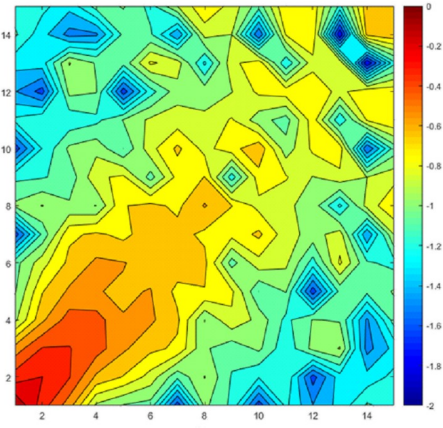


**47 МГц**

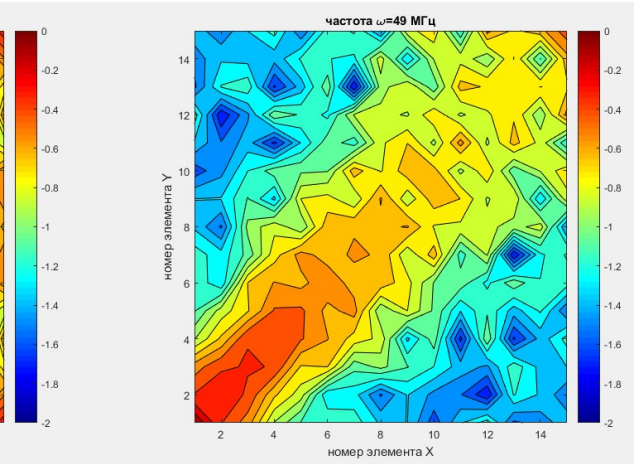
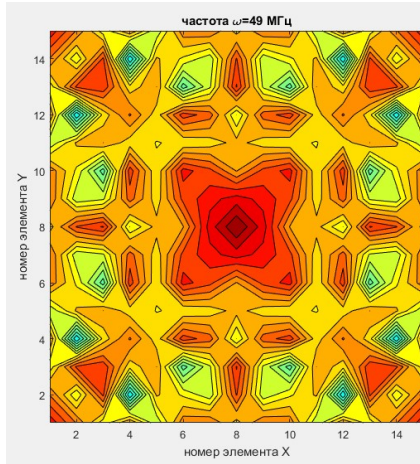




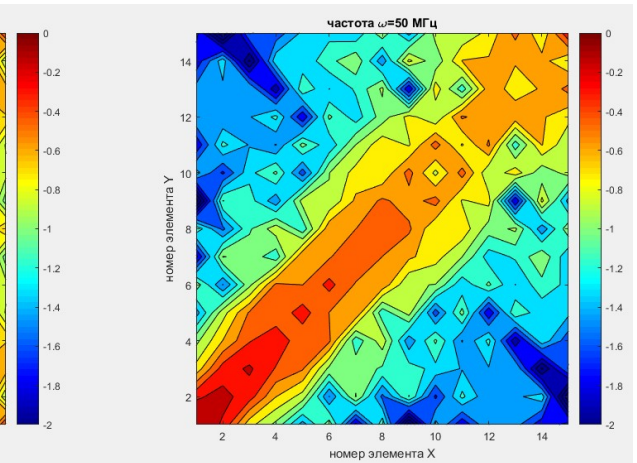
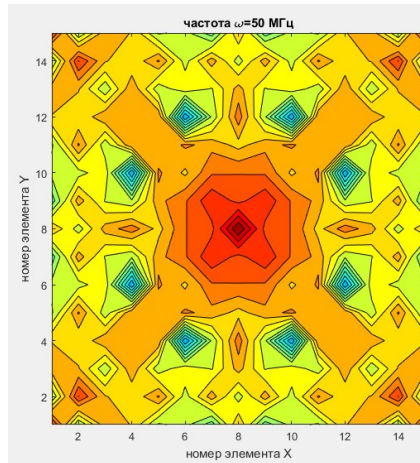
47.8 МГц



48 МГц



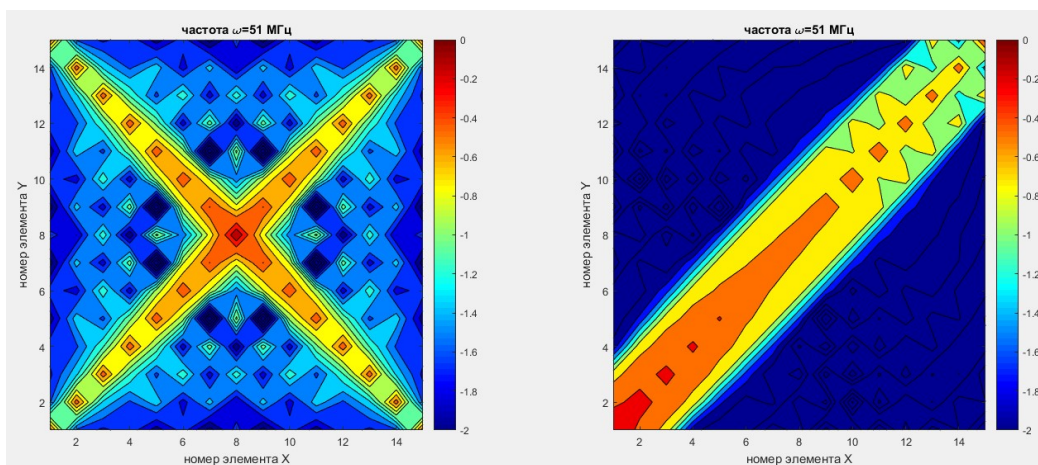
49 МГц



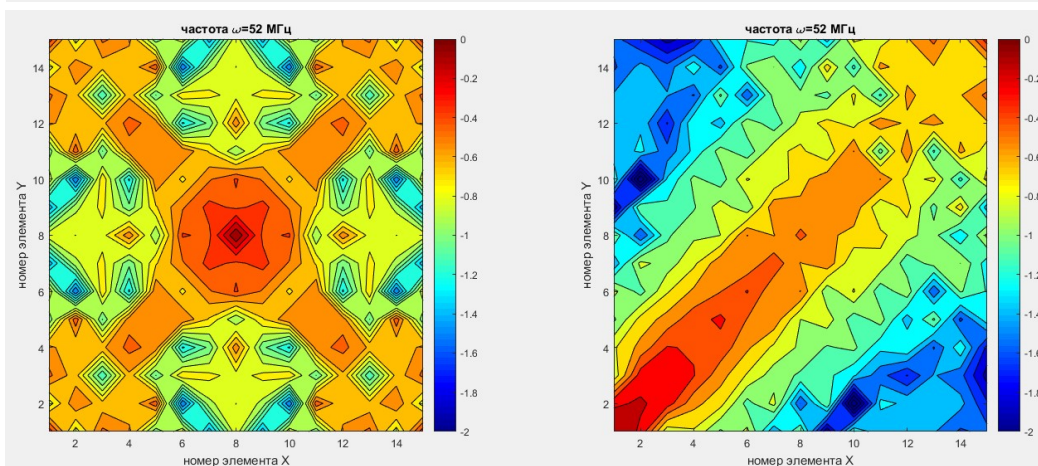
50 МГц



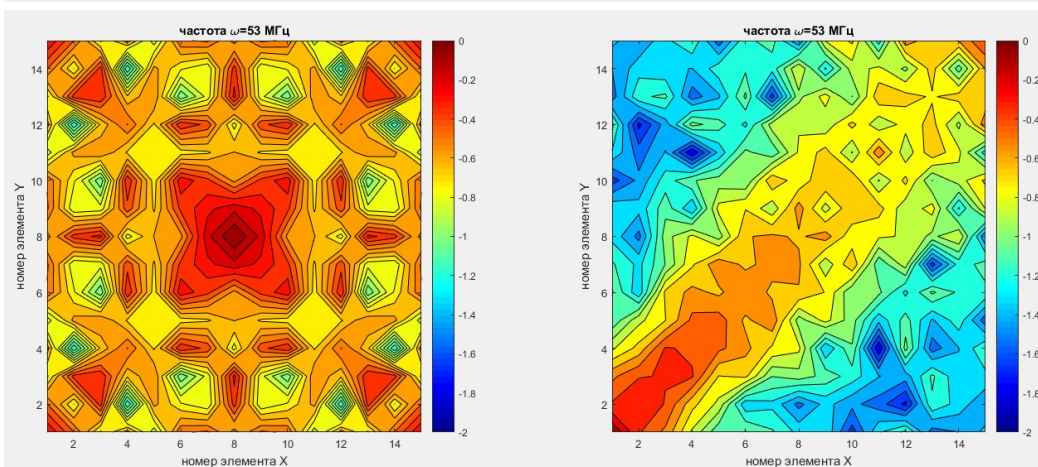
51 МГц



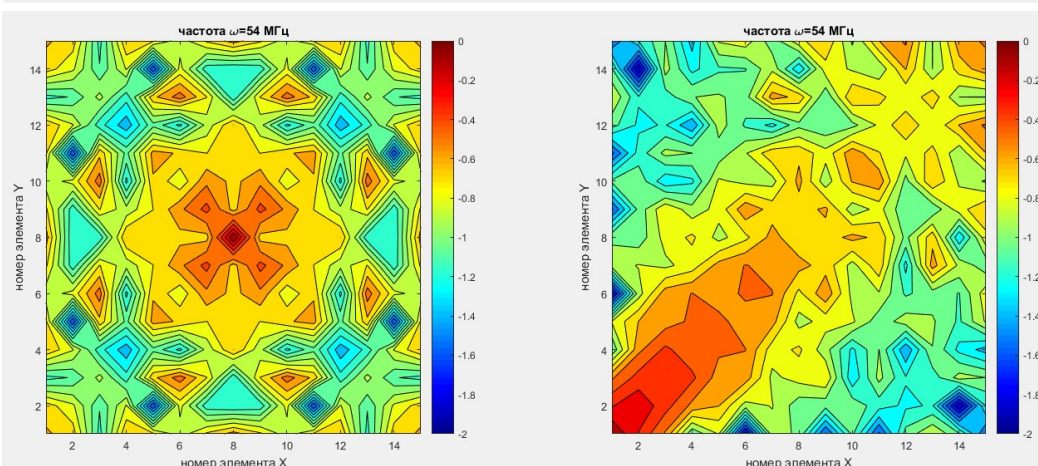
52 МГц

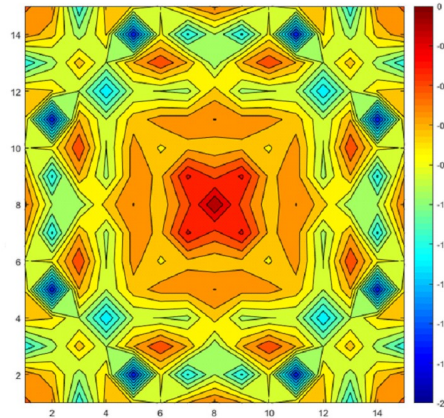


53 МГц

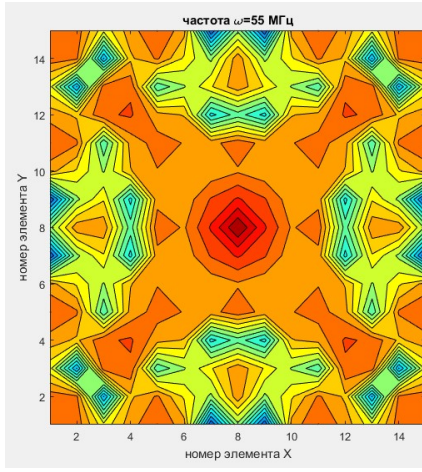
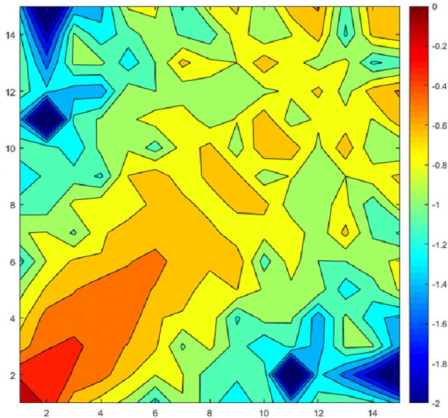


54 МГц

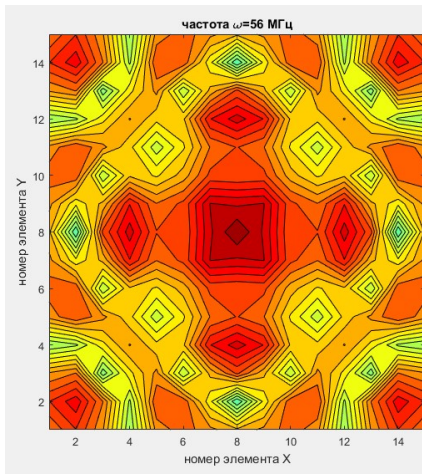
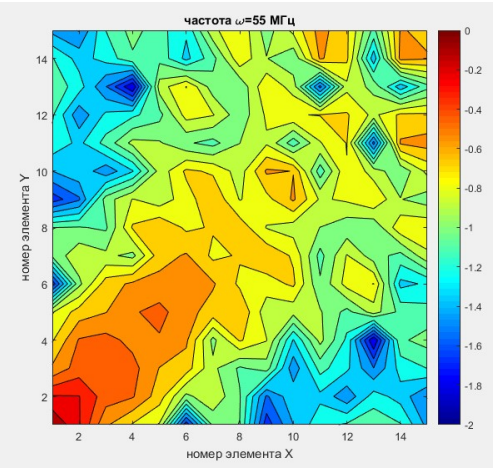




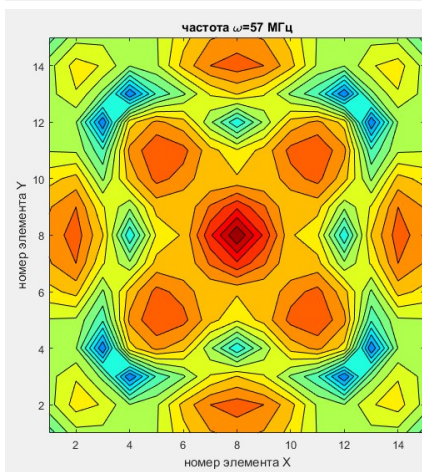
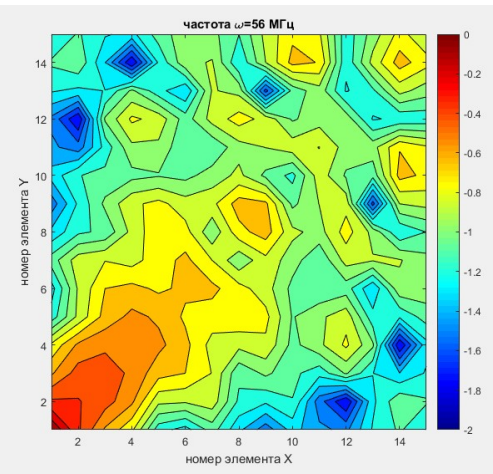
54.2 МГц



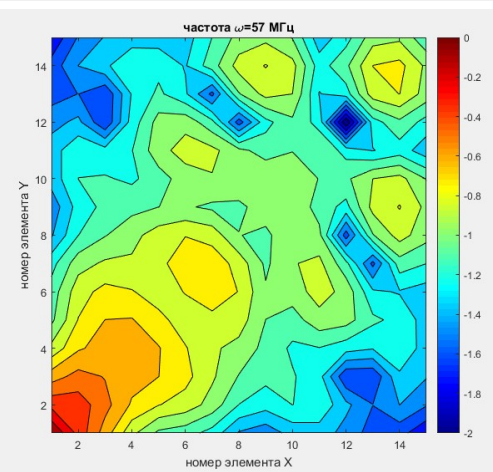
55 МГц



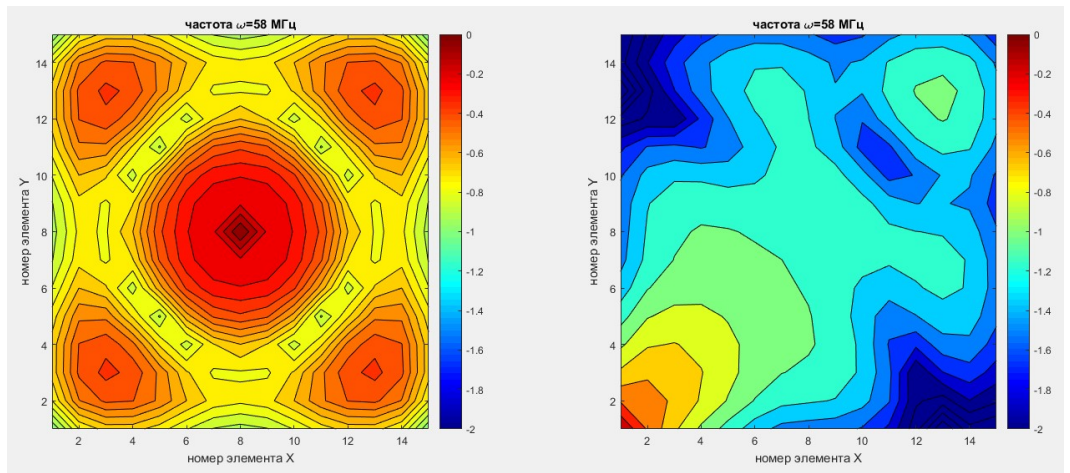
56 МГц



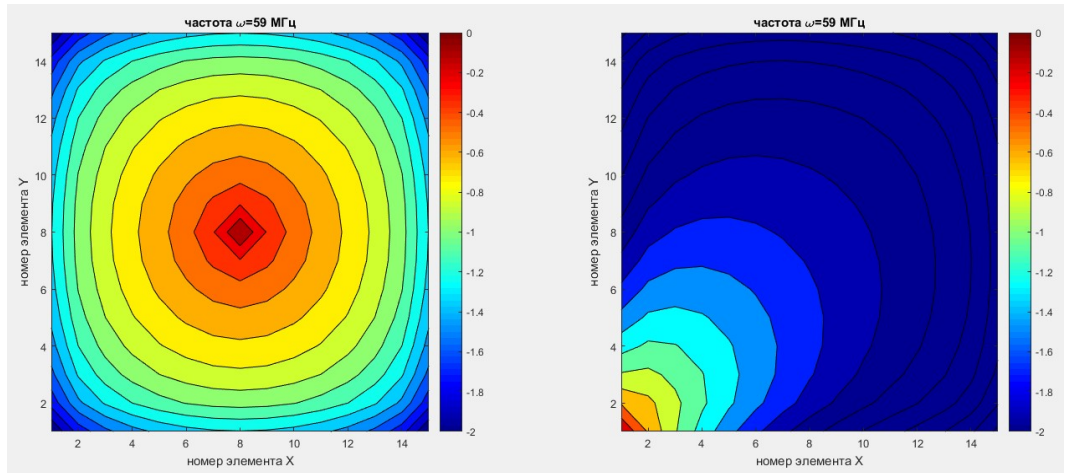
57 МГц



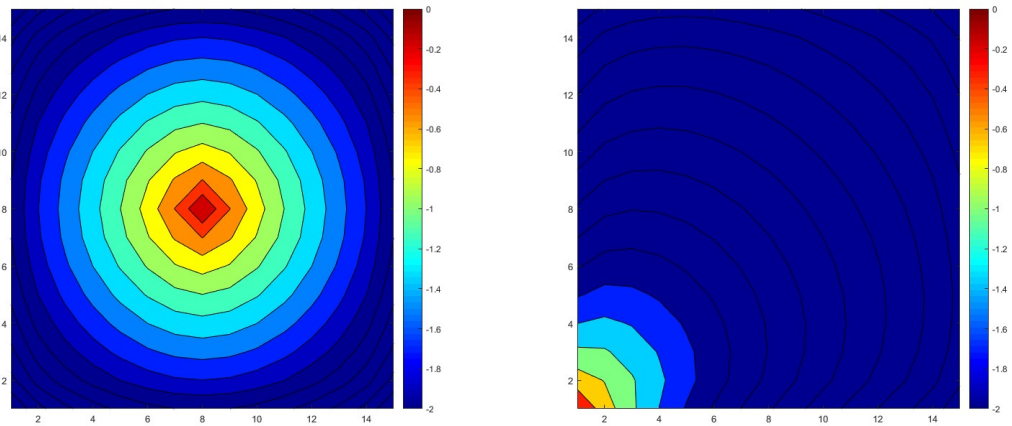
**58 МГц**



**59 МГц**



**59.6 МГц**



**60 МГц**

