

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА»

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

КАФЕДРА МАГНЕТИЗМА

БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА:

**«ВЛИЯНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ МЕТА-АТОМОВ НА
ЭФФЕКТИВНУЮ МАГНИТНУЮ ПРОНИЦАЕМОСТЬ МАГНИТНЫХ
МЕТАМАТЕРИАЛОВ»**

Выполнил студент
419 группы:
Сацкий А.В.

Научный руководитель:
доцент Радковская А.А.

Допущена к защите 28.05.2017
Зав. кафедрой магнетизма
профессор Перов Н.С. _____

Москва
2017

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
ГЛАВА 1. МАГНИТОИНДУКТИВНЫЕ ВОЛНЫ В МЕТАМАТЕРИАЛАХ	5
1.1. Метаматериалы в МГц диапазоне	5
1.2. Особенности распространения магнитных волн в метаповерхностях	8
ГЛАВА 2. МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ МАГНИТНОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ МЕТАМАТЕРИАЛОВ	12
2.1. Первая попытка расчёта магнитной проницаемости без учета взаимодействия метаатомов	12
2.2. Модель резонансных контуров	17
2.3. Модель передающей линии	19
2.4. Модель Клаузиуса-Моссотти	22
ГЛАВА 3. МАГНИТНАЯ ПРОНИЦАЕМОСТЬ МЕТАПОВЕРХНОСТИ ИЗ РАСЩЕПЛЕННЫХ КОЛЬЦЕВЫХ РЕЗОНАТОРОВ	24
3.1. Методика расчёта магнитной проницаемости	24
3.2. Соотношение распределений токов и магнитной проницаемости	26
3.3. Зависимость магнитной проницаемости от величины коэффициента взаимодействия метаатомов	28
3.4. Зависимость отклика системы от характера возбуждения	30
ВЫВОДЫ	34
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	35
БЛАГОДАРНОСТИ	36
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	37
ПРИЛОЖЕНИЕ	39

ВВЕДЕНИЕ

Метаматериалы — современные композиционные материалы, свойства которых обусловлены не столько свойствами составляющих их элементов, сколько искусственно созданной периодической структурой [1]. Они представляют собой искусственно сформированные и особым образом структурированные среды, обладающие уникальными электромагнитными или акустическими свойствами, сложно достижимыми технологически, либо не встречающимися в природе.

Примером таких свойств может быть отрицательное по величине значение коэффициента преломления. Метаматериалы были впервые описаны теоретически во второй половине прошлого века В.Г.Веселаго [2]. Его теория нашла экспериментальное подтверждение только в 2000 году, но с тех пор эта идея заинтересовала многих учёных по всему миру и даже нашла практическое применение в различных сферах жизни. На основе метаматериалов было предложено создать супер-линзы, позволяющие преодолеть дифракционный предел и имеющие потенциал в области медицинской томографии [5], датчики влажности земли [3], антенны, обладающие сверх-направленностью и даже методы беспроводной передачи энергии [4]. Все это, несомненно, говорит о *научной и практической ценности* метаматериалов и *актуальности их исследования*.

Как уже было сказано, важнейший вклад в свойства метаматериалов вносит их структура. Так ярким примером магнитного метаматериала является массив из расщеплённых кольцевых резонаторов – металлических резонансных элементов, реагирующих на магнитное поле. Такие элементы называют метаатомами, потому что, как и атомы в привычных материалах, метаатомы являются структурными элементами в метаматериалах, и, несмотря на «макро» их размер, для электромагнитного излучения с длиной волны превосходящей этот размер многократно метаатомы остаются достаточно маленькими.

Зачастую, каждый метаатом в отдельности проявляет присущие метаматериалу характеристики, несмотря на это, нельзя полагать, что просто суммарным (аддитивным) откликом отдельных метаатомов будет обусловлен отклик метаматериала в целом. Важную роль также играет взаимодействие между метаатомами. Благодаря этому взаимодействию в метаматериале распространяются магнитоиндуктивные (МИ) волны – медленные волны токов [18]. Характер взаимодействия может различаться в зависимости от взаимного расположения метаатомов, природы взаимодействия (электрической или магнитной) и частоты возбуждающего поля. К настоящему времени теорию магнитоиндуктивных волн можно считать полностью разработанной [6]. Однако, несмотря на очевидную необходимость учёта взаимодействия между метаатомами большинство теоретических моделей при расчете магнитной проницаемости либо этого не делают, либо используют самые грубые приближения для учёта взаимодействия, сводящие его влияние к минимуму [9,10].

Тем не менее, для активного применения метаматериалов в науке и технике, необходимо уметь точно предсказывать их свойства ещё на стадии проектирования и здесь без учёта взаимодействия не обойтись.

Поэтому цель данной работы - *разработка методики расчета магнитной проницаемости в метаповерхностях конечных размеров с учетом взаимодействия метаатомов.*

Для достижения поставленной цели в работе необходимо решить следующие задачи:

- создать новую модель учета влияния взаимодействия метаатомов на величину и распределение эффективной магнитной проницаемости метаповерхности;
- разработать программное обеспечение в пакете MatLab;
- исследовать влияние взаимодействия метаатомов на возбуждение магнитной метаповерхности и на распределение эффективной магнитной проницаемости

ГЛАВА 1. МАГНИТОИНДУКТИВНЫЕ ВОЛНЫ В МЕТАМАТЕРИАЛАХ

1.1 Метаматериалы в МГц диапазоне

Как уже отмечалось выше, необходимым условием работы с метаматериалами является малость размеров метаатомов по сравнению с длиной волны возбуждающего излучения ($a \ll \lambda$). Если это условие выполняется, то расщеплённый кольцевой резонатор – метаатом магнитного материала – можно представлять в виде эффективного резонансного RLC -контура (Рисунок 1). Важнейшие характеристики такого контура – резонансная частота ω_0 и добротность Q – могут быть определены как

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad (1)$$

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}, \quad (2)$$

где R , L , C – сопротивление, индуктивность, емкость контура, соответственно.

Отклик элементов на электромагнитное поле носит резонансный характер, а значит существует узкий диапазон частот вблизи резонансной частоты, где могут использоваться конкретные метаатомы. Сами по себе расщепленные кольцевые резонаторы с линейными размерами 1~2 см имеют резонансные частоты в ГГц диапазоне, где условие ($a \ll \lambda$) плохо выполняется.

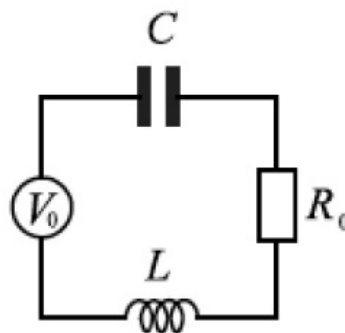


Рисунок 1 – Слева - пример метаатома в МГц диапазоне – расщепленный кольцевой резонатор с впаянной емкостью. Внешний диаметр кольца – 21 мм, размер щели – 2 мм, впаянная емкость $C=330$ пФ, резонансная частота $\omega_0=50.9$ МГц, добротность $Q=91$. Справа - эквивалентный RLC -контур.

Для того чтобы использовать те же резонаторы в МГц диапазоне, где длина волны $\lambda \sim 6$ м, в эти резонаторы впаивают дополнительную ёмкость, что не только уменьшает резонансную частоту до требуемого диапазона, но и исключает выход электрического поля за пределы элемента, обеспечивая сугубо магнитный характер взаимодействия между элементами [7].

Простейшей структурой, в которой можно наблюдать взаимодействие между метаатомами, является одномерная цепочка (Рисунок 2). Механизм взаимодействия здесь предельно прост. Переменное магнитное поле, частота которого близка к резонансной частоте метаатома, возбуждает первый элемент структуры, в результате чего в нем наводится переменный ток, что приводит к возникновению переменного магнитного поля, создаваемого кольцом с током, которое в свою очередь пронизывает соседний элемент, также наводя в нем ток и т.д. - именно эти волны токов и назвали – магнитоиндуктивные волны.

В простейшем случае можно пренебречь потерями и учесть взаимодействие только с ближайшими элементами, т.е. использовать приближение «ближайших соседей». Тогда для токов в соседних элементах можно записать закон Кирхгофа, который с учётом закона электромагнитной индукции Фарадея примет вид [19]:

$$Z_0 I_n + i\omega M(I_{n-1} + I_{n+1}) = 0, \quad (3)$$

где I_n - ток в n-том элементе, Z_0 - собственный импеданс элемента, M - коэффициент взаимной индукции между элементами, ω – частота возбуждающего поля.

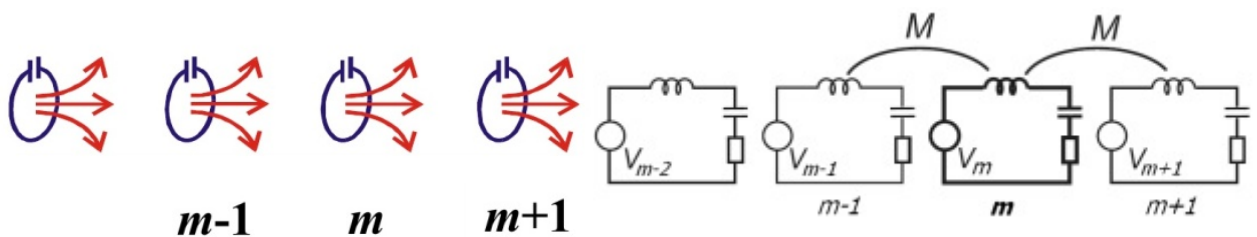


Рисунок 2 – Схема одномерной цепочки расщепленных колец (слева) и эквивалентных взаимодействующих LCR-контуров (справа). M –

взаимоиндукция элементов.

Предполагая решение уравнения (3) в виде волны

$$I_n = I_0 e^{ikna}, \quad (4)$$

где k - волновой вектор, характеризующий МИ волну, a – расстояние между центрами элементов, можно получить дисперсионное уравнение в виде

$$\frac{\omega}{\omega_0} = \frac{1}{\sqrt{1 + \kappa \cos(ka)}}, \quad (5)$$

где $\kappa = \frac{2M}{L}$ – коэффициент взаимодействия между метаатомами в МГц диапазоне. Данное уравнение описывает распространение МИ волн в линейной структуре. В зависимости от взаимного расположения колец в пространстве, токи в них могут возбуждаться в фазе ($\kappa > 0$), как, например, в аксиальной конфигурации, или в противофазе ($\kappa < 0$), в планарной конфигурации (Рисунок 3).



Рисунок 3 – Схематическое изображение положительного и отрицательного взаимодействия элементов магнитных метаматериалов (слева) в аксиальной и (справа) планарной конфигурациях, приводящего к возникновению магнитоиндуктивных волн.

Таким образом, в магнитном метаматериале, состоящем из одних и тех же расщеплённых контуров, может распространяться МИ волна, причем эта волна может быть как прямой (токи в элементах возбуждаются в фазе), так и обратной (токи в противофазе).

1.2. Особенности распространения магнитных волн в метаповерхностях

Как уже было сказано, одномерный метаматериал – простейший из примеров. Теперь перейдём к следующей конфигурации – двумерному метаматериалу, также называемому метаповерхностью. Среди метаповерхностей, состоящих из расщеплённых резонаторов с впаивной ёмкостью различают две конфигурации: планарную и планарно-аксиальную (Рисунок 4) [9]. Если обозначить M_x и M_y - коэффициенты взаимной индукции в горизонтальном и вертикальном направлениях, то для метаповерхности, в которой центры элементов равноудалены друг от друга, в планарной конфигурации $M_x = M_y < 0$, а в планарно-аксиальной конфигурации $M_x < 0$, $M_y > 0$, при этом $|M_x| < |M_y|$ [13].

Используя введённые обозначения для коэффициентов взаимной индукции, можем записать закон Кирхгофа (3) для элемента (m,n) в квадратной решётке в приближении взаимодействия «ближайших соседей»:

$$Z_0 I_{n,m} + i\omega M(I_{n-1,m} + I_{n+1,m}) + i\omega M(I_{n,m-1} + I_{n,m+1}) = 0, \quad (6)$$

где $I_{n,m}$ - ток в элементе, находящемся в n-том ряду и m-том столбце.

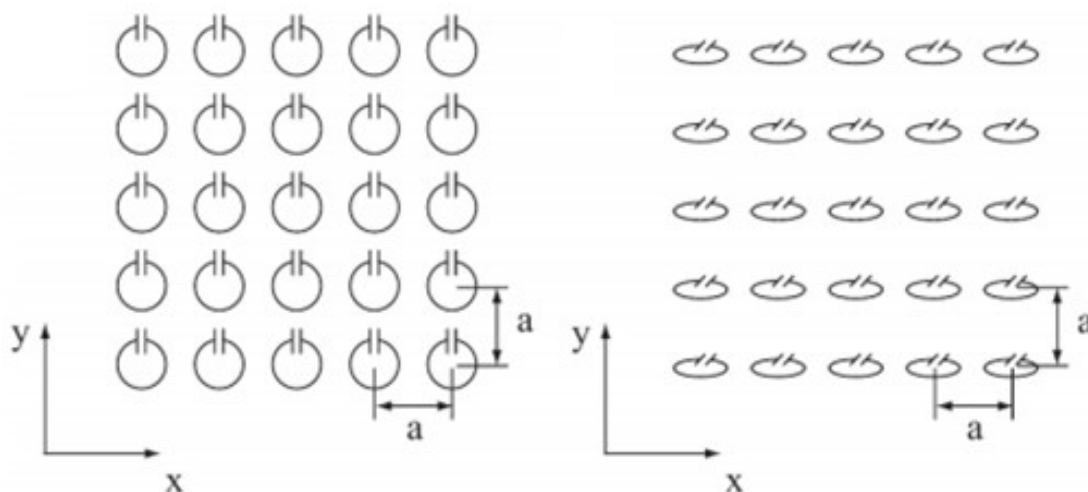


Рисунок 4 - Схематическое изображение структуры из расщепленных колец с впаивной емкостью (слева) в планарной конфигурации, (справа) в планарно-аксиальной конфигурации [9].

Полагаем, что токи в элементах имеют вид

$$I_{n,m} = I_0 e^{i(k_x n a + k_y m a)}, \quad (7)$$

где I_0 - амплитуда тока, k_x и k_y - компоненты волнового вектора двумерных МИ волн в соответствующих направлениях.

Тогда дисперсионное уравнение для МИ волн, распространяющихся в метаповерхности, примет вид

$$\frac{\omega}{\omega_0} = \frac{1}{\sqrt{1 + \kappa_x \cos(k_x a) + \kappa_y \cos(k_y a)}}, \quad (8)$$

где κ_x и κ_y коэффициенты взаимодействия, равные в МГц диапазоне

$$\kappa_{x,y} = \frac{2M_{x,y}}{L}. \quad (9)$$

Графически решение уравнения (8) показано в форме линий постоянной частоты $\omega/\omega_0 = const$, (где $\omega_0 = (LC)^{-1/2}$) на Рисунке 5а для планарной и на Рисунке 5б для планарно-аксиальной конфигурации. Когда $k_x a \ll 1$, $k_y a \ll 1$, кривые в центре Рисунка 5а – окружности, в то время как кривые в центре Рисунка 5б – гиперболы [9].

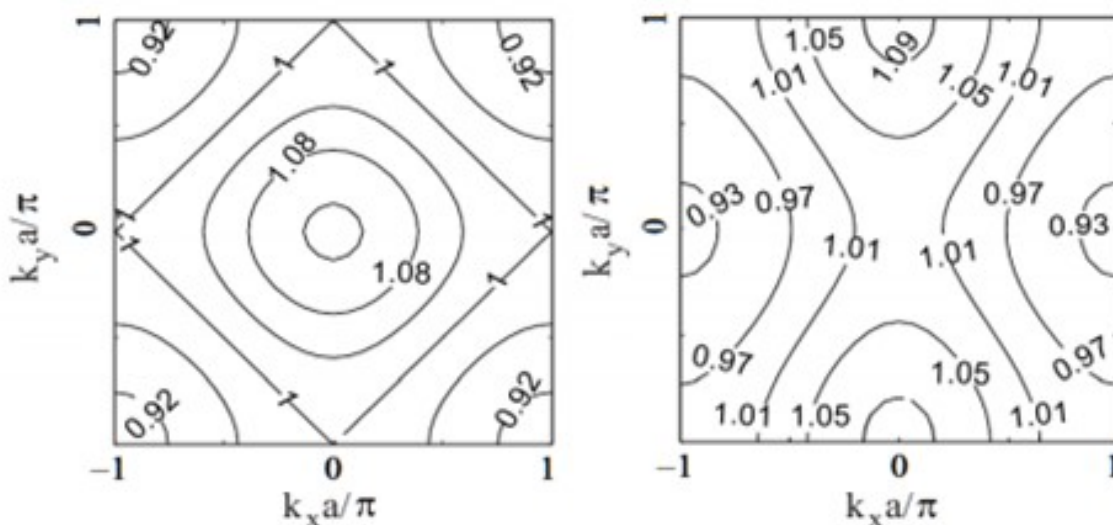


Рисунок 5 - Дисперсионные кривые МИ волн в виде линий постоянной частоты для различных значений $\omega/\omega_0 = const$ для (а) планарной конфигурации и (б) для планарно-аксиальной конфигурации [9].

Как и любые другие волны, МИ волны проявляют эффекты преломления и отражения на границах метаматериала, огибания препятствий волной при наличии дефектов в структуре и интерференции волн в форме возникновения различных мод в структуре при различных частотах возбуждения.

Для того чтобы наблюдать эти эффекты наглядно, следует рассмотреть возбуждение одного метаатома в метаматериале и рассчитать или измерить распределение токов во всех остальных элементах. Так в работе [6] примером для моделирования отражения МИ волны от границ метаповерхности послужил 2D метаматериал, состоящий из 15×60 элементов, в котором возбуждается элемент в нижнем левом углу (Рисунок 6).

Для демонстрации дифракции была использована структура из 31×31 элементов, возбуждаемая в центре, при этом целостность метаповерхности нарушена – один элемент структуры удалён. Волна, распространяясь из центра, огибает деформированный участок (Рисунок 7).

Последнее из упомянутых явлений – интерференция, проявляется в возникновении различных мод возбуждения вследствие интерференции, наблюдалось при возбуждении центрального метаатома в гексагональной структуре из 361 элемента [8].

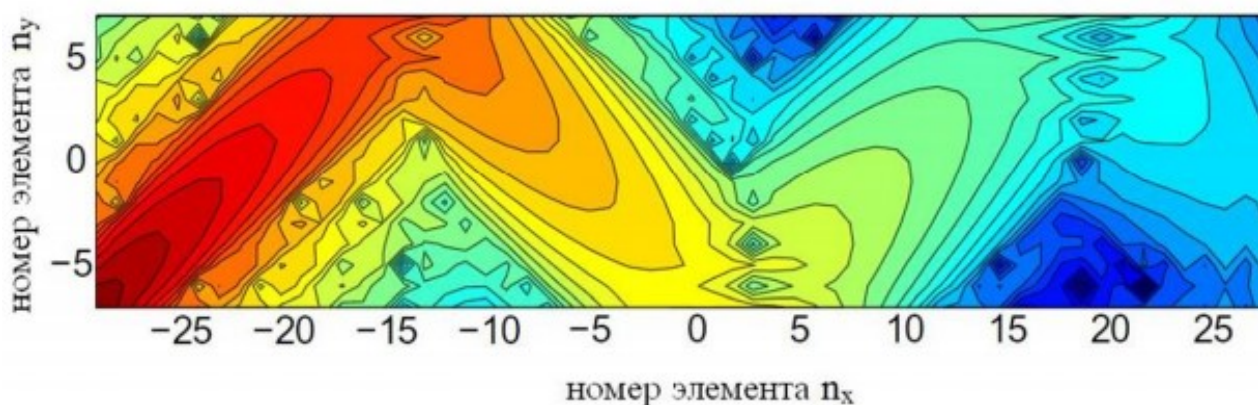


Рисунок 6 – Моделирование распределения амплитуды тока в 2D метаматериале из 15×60 резонаторов, демонстрирующее распространение и отражение МИ волны [6].

Результаты этого исследования продемонстрированы на Рисунке 8: возбуждение стоячей МИ волны, где между центром и границей структуры укладываются соответственно одна, две и три длины полуволны. Об этом свидетельствуют минимумы возбуждения во втором и третьем случаях.

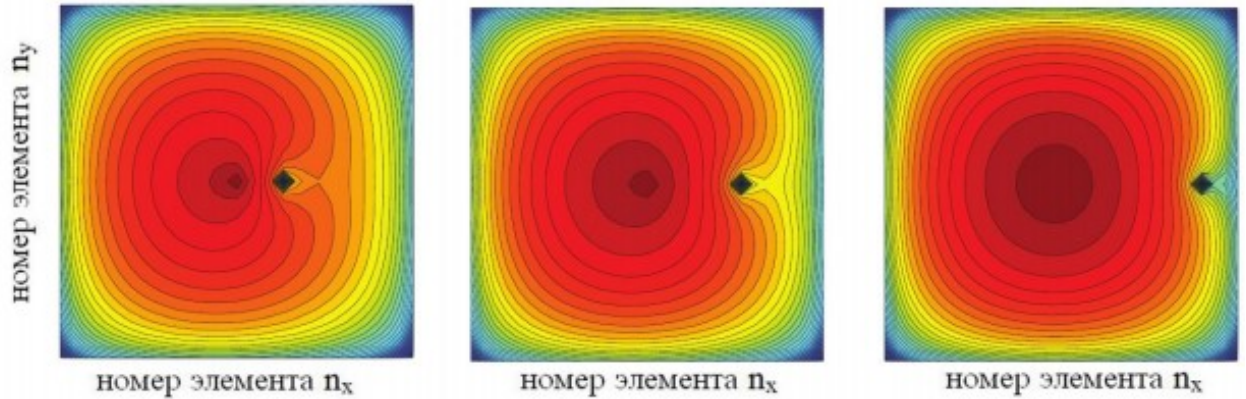


Рисунок 7 – Моделирование распределения амплитуд токов в 2D метаматериале из 31×31 резонаторов, демонстрирующее дифракцию МИ волны на дефекте, при различных положениях дефекта, изображенного черным квадратом. [6].

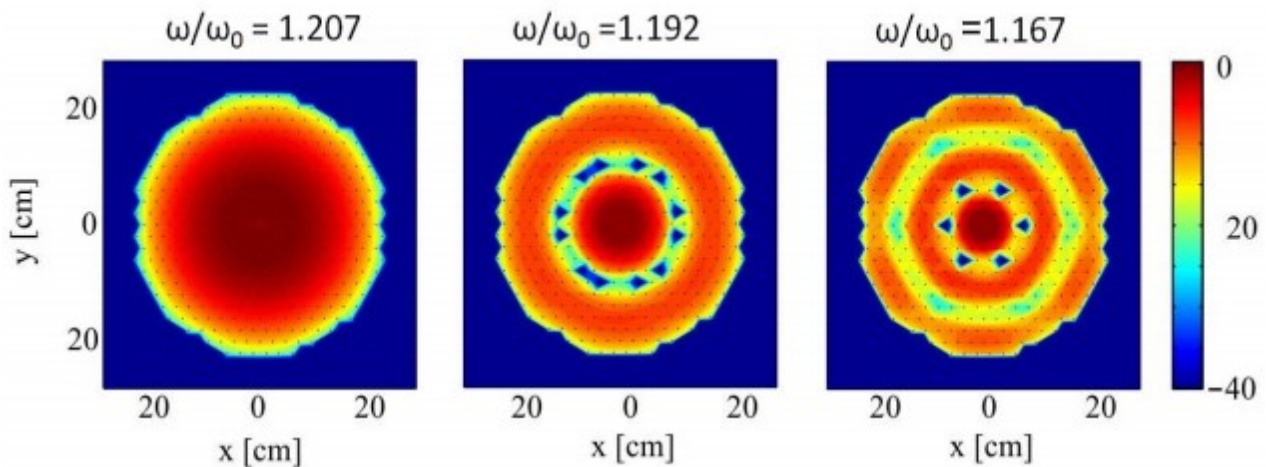


Рисунок 8 – Распределение амплитуд тока в 2D метаматериале с гексагональной структурой, состоящем из 361 резонатора, при различных частотах возбуждения [8].

Таким образом, можно считать, что к настоящему времени теория МИ волн в МГц диапазоне в магнитных метаматериалах развита достаточно полно, и хорошо описывает дисперсионные характеристики метаматериалов с магнитным взаимодействием между метаатомами.

ГЛАВА 2. МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ МАГНИТНОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ МЕТАМАТЕРИАЛОВ

2.1. Первая попытка расчёта магнитной проницаемости без учета взаимодействия метаатомов

Существование композитных материалов с отрицательными значениями магнитной проницаемости было предсказано несколько десятилетий назад [1]. В то же время были описаны их основные свойства и необычные эффекты, которые в подобных материалах можно было наблюдать: отрицательное преломление, обратный эффект Доплера и др. Тем не менее, найти подобные материалы долгое время не удавалось, и лишь на рубеже XXI века появились их первые экспериментальные реализации. Первым примером стали магнитные метаматериалы, сконструированные из уже упомянутых расщеплённых кольцевых резонаторов. Это решение было самым простым и логичным, ведь к тому времени было уже давно известно, что внутри проводящего кольца под воздействием переменного магнитного поля возникает дополнительное поле, направленное противоположно внешнему. Однако, проблема правильного определения μ_{eff} оставалась нерешённой.

Первую попытку рассчитать μ_{eff} предпринял британский физик Дж. Пендри (J. Pendry) [9]. В своей работе он сперва рассмотрел систему, которая состояла вовсе не из расщеплённых колец, а из проводящих цилиндров (Рисунок 9), и, рассчитав μ_{eff} для этой системы, впоследствии перешёл к конфигурации, интересующей нас.

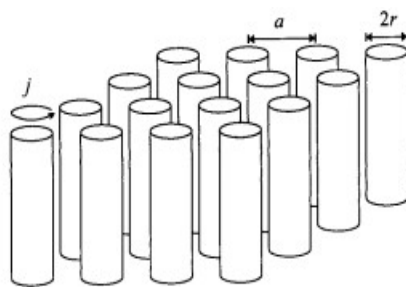


Рисунок 9 – Система из параллельных проводящих цилиндров для расчета μ_{eff} . a – расстояние между центрами цилиндров, r – радиус. [9].

Приложим к данной системе цилиндров внешнее поле H_0 , параллельное их осям. В силу того, что цилиндры проводящие, по их поверхности потечёт ток с линейной плотностью j . Тогда напряжённость магнитного поля H внутри цилиндра будет определяться как:

$$H = H_0 + j - \frac{\pi r^2}{a^2} j, \quad (10)$$

где a – расстояние между центрами цилиндров, r – радиус. Здесь второй член в правой половине равенства отвечает за поле, наведённое током на поверхности цилиндра, а третий член – размагничивающее поле от источников на дальних краях цилиндра. Для того, чтобы найти индуцированный ток выразим ЭДС, возникающее на поверхности цилиндра,

$$\begin{aligned} E &= -\pi r^2 \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \left[H_0 + j - \frac{\pi r^2}{a^2} j \right] - 2\pi r \sigma j \\ &= +i\omega \pi r^2 \mu_0 \left[H_0 + j - \frac{\pi r^2}{a^2} j \right] - 2\pi r \sigma j, \end{aligned} \quad (11)$$

где σ - сопротивление цилиндра на единицу площади, а μ_0 – магнитная проницаемость вакуума. В силу того, что суммарная ЭДС равна нулю, получим выражение для линейной плотности тока:

$$j = \frac{-H_0}{\left[1 - \frac{\pi r^2}{a^2} \right] + i \frac{2\sigma}{\omega r \mu_0}} \quad (12)$$

Теперь, для вычисления μ_{eff} необходимо рассчитать средние значения индукции B_{ave} и напряжённости H_{ave} магнитного поля в каждой элементарной ячейке нашей структуры. Так индукция магнитного поля, усреднённая по поверхности ячейки, будет равна

$$B_{ave} = \mu_0 H_0. \quad (13)$$

А напряжённость магнитного поля, усреднённая по грани элементарной ячейки

$$H_{ave} = H_0 - \frac{\pi r^2}{a^2} j = H_0 \frac{1 + i \frac{2\sigma}{\omega r \mu_0}}{\left[1 - \frac{\pi r^2}{a^2}\right] + i \frac{2\sigma}{\omega r \mu_0}}. \quad (14)$$

Тогда по определению

$$\mu_{eff} = \frac{B_{ave}}{\mu_0 H_{ave}} = 1 - \frac{\pi r^2}{a^2} \left[1 + i \frac{2\sigma}{\omega r \mu_0}\right]^{-1}. \quad (15)$$

Очевидно, что в данной модели магнитная проницаемость не может быть меньше нуля и больше единицы. Поэтому от неё мы перейдём к конфигурации более похожей на расщеплённые кольца, а именно к свёрнутым в цилиндры проводящим плоскостям (Рисунок 10). Между парой свёрнутых плоскостей существует взаимная ёмкость. Поэтому, если мы вновь запишем ЭДС, в уравнении появится ещё один член, включающий в себя эту ёмкость. Прделав все те же операции, что и с предыдущим массивом цилиндров, получим для проницаемости новой системы:

$$\mu_{eff} = 1 - \frac{\frac{\pi r^2}{a^2}}{1 + \frac{2\sigma i}{\omega r \mu_0} - \frac{3}{\pi^2 \mu_0 \omega^2 C r^3}}, \quad (16)$$

где C - ёмкость на единицу площади между плоскостями.

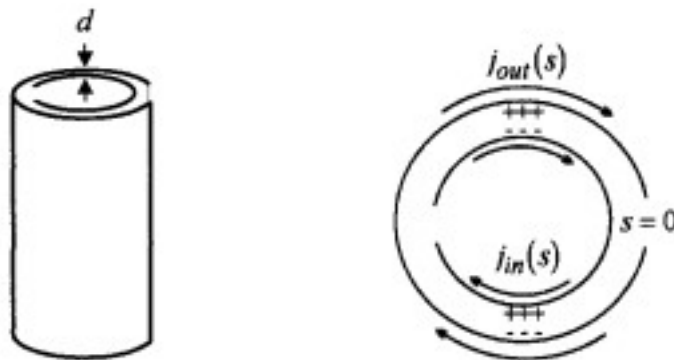


Рисунок 10 – Свёрнутые проводящие плоскости [9].

Теперь мы можем перейти к структуре, интересовавшей нас с самого начала. Для этого разобьём наши свёрнутые плоскости на метаповерхности, состоящие из расщеплённых кольцевых резонаторов в планарной конфигурации (Рисунок 11). Полагая, что $c \ll r$, $d \ll r$, $l < r$ и $\pi \ll \ln \frac{c}{d}$ получим для ёмкости C_1 на единицу длины между двумя плоскостями с резонаторами:

$$C_1 = \frac{\varepsilon_0}{\pi} \ln \frac{2c}{d}. \quad (17)$$

Наконец, в предположении, что плоскости находятся достаточно близко друг к другу и что линии магнитного поля, индуцированного токами в кольцах, близки по форме с линиями поля внутри длинных цилиндров, мы можем вычислить

$$\mu_{eff} = 1 - \frac{\frac{\pi r^2}{a^2}}{1 + \frac{2l\sigma_1 i}{\omega r \mu_0} - \frac{3l}{\pi^2 \mu_0 \omega^2 C_1 r^3}}, \quad (18)$$

где σ_1 – сопротивление резонаторов на единицу длины. Полученный результат впервые показал резонансный характер отклика подобного рода метаматериалов на внешнее магнитное поле. Примеры зависимостей такого отклика изображены на Рисунке 12.

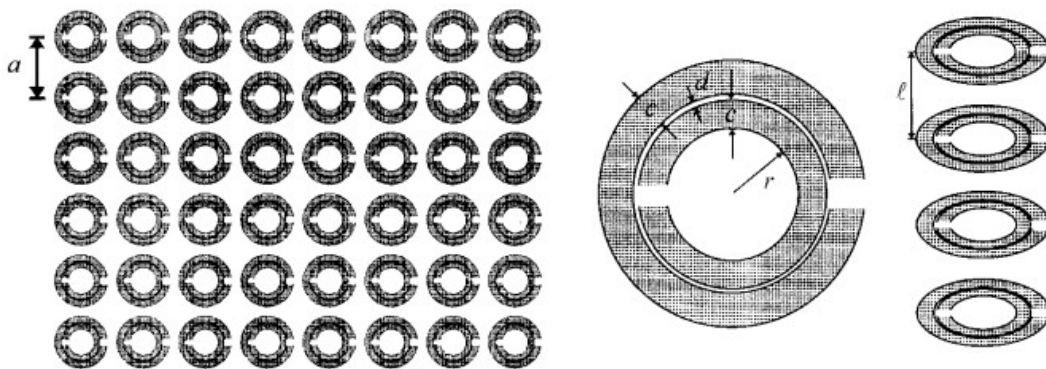


Рисунок 11 – 3D метаматериал из расщеплённых кольцевых резонаторов. Слева - вид сверху, в центре – метаатом, где c – ширина резонатора, d – зазор между кольцами, r – минимальный радиус внутреннего кольца, справа - вид сбоку [9].

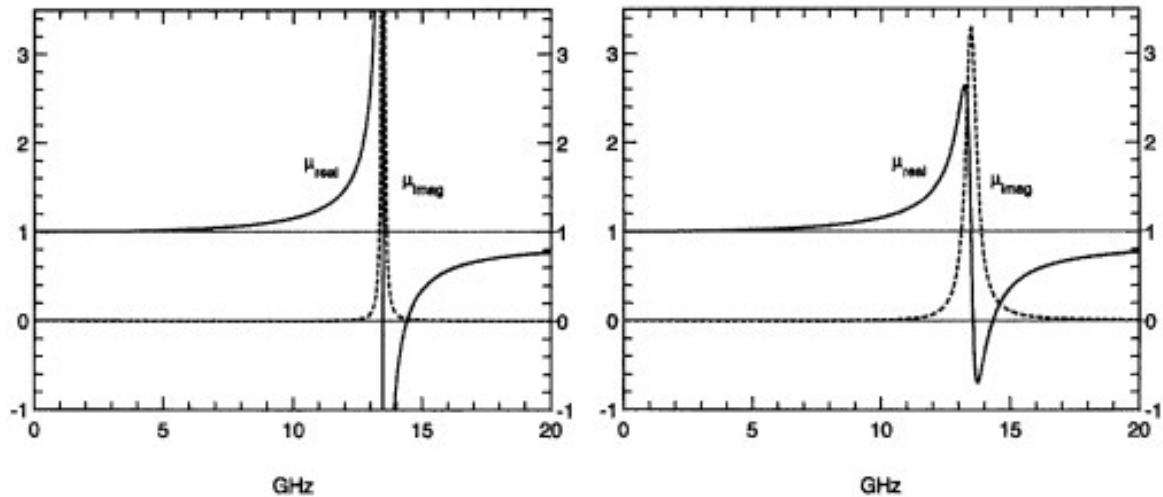


Рисунок 12 – Зависимость магнитной проницаемости от частоты для структуры из расщеплённых кольцевых резонаторов. Слева для медных колец с $\sigma_1 = 200$ и справа для колец с большим сопротивлением $\sigma_1 = 2000$ из работы [9].

Стоит отметить, что полоса частот, в которой наблюдается отклик, изображённый на Рисунке 12, лежит в области ГГц, как и ожидалось, для расщеплённых резонаторов без впаянной ёмкости, что подтверждает уместность изложенного выше подхода.

Заметим также, что формулу (18) можно привести к общепринятой форме

$$\mu_{eff} = 1 - \frac{F}{f_r - \frac{i}{Q}}, \quad (19)$$

где F – коэффициент заполнения, а $f_r = 1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}$ – приведённая резонансная частота.

Отдельно можно выделить случай, в котором не учитывается ни взаимодействие, ни омические потери, но зато получается достаточно наглядная зависимость для μ_{eff}

$$\mu_{eff} = (1 - F) \frac{\omega^2 - \omega_F^2}{\omega^2 - \omega_0^2}, \quad (20)$$

где $\omega_F = \omega_0 / \sqrt{1 - F}$. Эта зависимость изображена на Рисунке 13

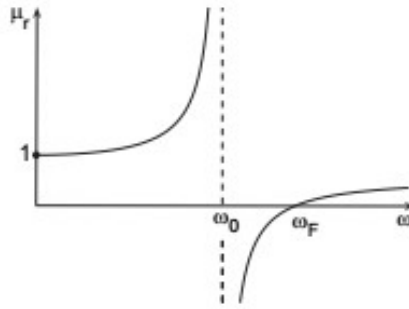


Рисунок 13 – Частотная зависимость магнитной проницаемости без учёта взаимодействия и потерь [6].

Необходимо также отметить, что выражения для F и f_r , полученные при выводе формулы (19), неприменимы для метаповерхностей, т.е. метаматериалов толщиной всего в один слой метаатомов. Ниже мы рассмотрим подход, использующий те же базовые предположения, что и ранее, но несколько другое направление рассуждений позволит нам получить выражение (19) с коэффициентами в более универсальной форме.

2.2. Модель резонансных контуров

В данной модели мы сразу рассматриваем резонансные контуры. Переменное магнитное поле, направленное перпендикулярно плоскости резонатора, индуцирует в контуре ток, величину которого легко выразить. Для этого применим закон электромагнитной индукции Фарадея, учитывая, что поток магнитного поля через контур площадью S равен $\mu_0 SH$. Тогда величина ЭДС, возникающей в контуре, будет равна $-i\omega\mu_0 SH$, и ток соответственно равен:

$$I = -\frac{i\omega\mu_0 SH}{Z}, \quad (21)$$

где $Z = i\omega L + 1/i\omega C + R$ – импеданс резонансного элемента. Таким образом,

магнитный момент контура можно представить в виде:

$$m = \mu_0 SI = -\frac{i\omega\mu_0^2 S^2 H}{Z}. \quad (22)$$

Зная магнитный момент, который создаёт каждый контур, мы можем рассчитать среднюю намагниченность всего метаматериала

$$M_m = Nm, \quad (23)$$

где N – концентрация метаатомов в единице объема. С учетом вышесказанного получаем выражение для эффективной проницаемости в виде:

$$\mu_{eff} = \frac{B}{\mu_0 H} = \frac{\mu_0 H + M_m}{\mu_0 H} = 1 + \frac{M_m}{\mu_0 H} = 1 - \frac{F}{f_r - Q}, \quad (24)$$

где $F = \frac{\mu_0 N S^2}{L}$.

Таким образом, мы снова пришли к выражению для μ_{eff} в форме (19). Тем не менее, полученный результат является «нулевым приближением», когда речь идёт о расчёте магнитной проницаемости метаматериала. Формула (24) пока абсолютно никак не учитывает воздействие резонаторов друг на друга, а значит учёт распространения МИ волн в данном приближении невозможен, и, следовательно, множество эффектов, оказывающих значительное влияние на значение μ_{eff} , также не могут быть учтены.

Чтобы учесть взаимодействие, вернёмся к началу рассуждений и посчитаем поток магнитного поля через контур, учитывая явление взаимоиндукции, т.е. учитывая взаимодействие метаатомов:

$$\Phi_n = \mu_0 S H + \sum_{n'} M_{nn'} I_{n'}, \quad (25)$$

где $M_{nn'}$ - взаимоиндукция между контурами с номерами n и n' .

Тогда для токов в элементах метаматериала мы получим уже не одно уравнение, а сложную систему из n уравнений, где каждое имеет вид:

$$I_n = -\frac{i\omega}{Z} (\mu_0 SH + \sum_{n'} M_{nn'} I_{n'}). \quad (26)$$

Следует отметить, что в случае безграничного метаматериала без дефектов, возбуждаемого пространственно однородным магнитным полем, т.е. в случае, когда все токи можно считать одинаковыми, учёт взаимодействия даст лишь небольшую поправку, незначительно смещающую полосу частот отклика в большую сторону [10].

$$\Delta f_r = \frac{1}{L} \sum_{n'} M_{nn'}. \quad (27)$$

Во всех остальных случаях, взаимодействие играет большую роль в распределении величины μ_{eff} .

2.3. Модель передающей линии

Известно, что для описания распространения электромагнитной волны в пространстве можно использовать модель передающей линии [6]. Оказывается, что эта модель может быть также использована для определения эффективной магнитной проницаемости метаматериала. Рассмотрим сначала простую передающую линию (Рисунок 14). Выходные и входные параметры (ток и напряжение) в такой цепочке связаны матрицей

$$\begin{pmatrix} V_{out} \\ I_{out} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{in} \\ I_{in} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -Z \\ -Y & 1 + YZ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{in} \\ I_{in} \end{pmatrix}. \quad (28)$$

Для того чтобы характер распространения волны в такой линии совпадал с характером распространения волны в вакууме должны выполняться условия $Z = i\omega L_c = i\omega\mu_0 a$, $Y = i\omega C_c = i\omega\varepsilon_0 a$, где a - линейный размер элемента линии.

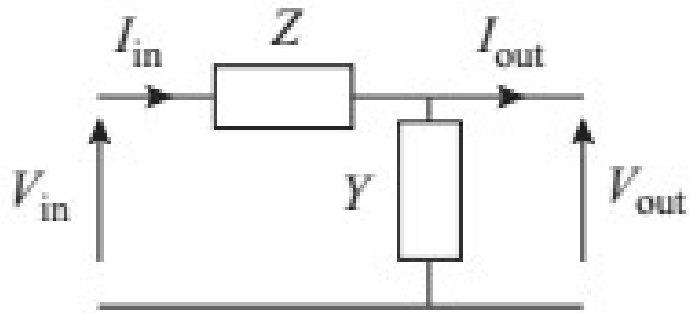


Рисунок 14 – Передающая линия, описывающая распространение электромагнитной волны в вакууме [6].

Главной характерной чертой распространяющейся волны является периодичность. Эта черта должна проявляться и в рассматриваемой линии, из чего вытекает необходимость соблюдения следующих соотношений:

$$V_{out} = e^{-ika}V_{in}, \quad I_{out} = e^{-ika}I_{in}. \quad (29)$$

Из этих соотношений можно получить дисперсионное соотношение для волны в передающей линии в общем виде:

$$2 \cos a = b_{11} + b_{22}. \quad (30)$$

Мы могли бы использовать значения для диагональных членов матрицы, предложенные в формуле (28), но тогда мы получим дисперсионное соотношение для волны, распространяющейся в вакууме. Нам же нужно учесть взаимодействие волны с метаатомами. Чтобы это сделать, представим, будто волна, распространяясь в свободном пространстве, регулярно сталкивается с метаатомами, которые влияют на её распространение. Такую модель называют «нагрузкой линии» (Рисунок 15). Взаимодействие между линией и резонансным контуром (радиусом r_0) может быть выражено с помощью взаимоиндукции

$$M' = \frac{\pi r_0^2 \mu_0}{a}. \quad (31)$$

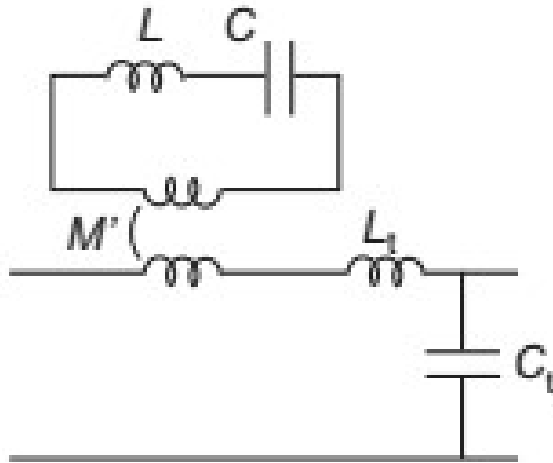


Рисунок 15 – Передающая линия, описывающая распространение электромагнитной волны в метаматериале [6]. M' – взаимоиנדукция, описывающая взаимодействие ЭМ волны с резонатором.

Для нагрузки имеем

$$\begin{pmatrix} V_{out}^L \\ I_{out}^L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{i\omega M'^2}{L} & \frac{1}{1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}} \\ 0 & 1 & \frac{\omega^2}{\omega^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{in}^L \\ I_{in}^L \end{pmatrix}. \quad (32)$$

Чтобы получить дисперсионное уравнение полученной нагруженной линии нужно перемножить матрицы (32) и (28), а затем диагональные элементы полученной матрицы подставить в (30). В итоге получим:

$$4\sin^2 \frac{ka}{2} = (1 - q^2) \frac{\omega^2 \omega^2 - \omega_q^2}{\omega_t^2 \omega^2 - \omega_0^2}, \quad (33)$$

где

$$q^2 = \frac{M'^2}{LL_t}, \quad \omega_t^2 = \frac{1}{L_t C_t}, \quad \omega_q = \frac{\omega_0}{\sqrt{1 - q^2}}. \quad (34)$$

Положим, что материал, составленный из резонаторов, непрерывен с точки зрения ЭМ волны, т.е. $a \ll \lambda$, тогда $\frac{ka}{2} = \frac{1}{2} \frac{2\pi}{\lambda} a \ll 1$ и мы можем заменить $\sin(ka/2)$ на $ka/2$. Тогда выражение (33) примет форму

$$k^2 = (1 - q^2) \frac{\omega^2 \omega^2 - \omega_q^2}{c^2 \omega^2 - \omega_0^2}, \quad (35)$$

где c – скорость света в вакууме. Осталось лишь вспомнить соотношение, связывающее волновой вектор и частоту в магнитных метаматериалах

$$k = \frac{\omega \sqrt{\mu_{eff}}}{c}. \quad (36)$$

Отсюда сразу получаем уже знакомое нам выражение

$$\mu_{eff} = (1 - q^2) \frac{\omega^2 - \omega_q^2}{\omega^2 - \omega_0^2}, \quad (37)$$

которое в точности совпадает с выражением (20), т.к. в введённых обозначениях $F = q^2$.

2.4. Модель Клаузиуса-Моссотти

Последняя модель является также самой старой. Большинство предположений здесь совпадают с моделью расщеплённых колец, но теперь мы учитываем, что на каждый метаатом с индуцированным магнитным моментом воздействуют все остальные магнитные моменты. Для учёта такого воздействия мысленно выделим в 3D метаматериале, состоящем из расщеплённых кольцевых резонаторов, сферу с исследуемым резонатором в центре. Размер этой сферы должен быть достаточно большим, чтобы вмещать в себя большое количество метаатомов, но в то же время линейные размеры сферы должны оставаться меньше длины волны внешнего возбуждения, чтобы поле внутри сферы можно было считать однородным. Нетрудно показать, что суммарное воздействие магнитных моментов, заключённых внутри сферы, на исследуемый резонатор равно нулю. Но остаются ещё моменты вне сферы, создающие поле \mathbf{H}_m ; их существование можно заменить токами на поверхности сферы. Тогда поле \mathbf{H}_{loc} в центре сферы

$$\mathbf{H}_{loc} = \mathbf{H}_{ext} + \mathbf{H}_m, \quad (38)$$

а \mathbf{H}_m можно получить, интегрируя токи на поверхности сферы.

$$H_{loc} = H_{ext} + \frac{M_m}{3\mu_0}. \quad (39)$$

Получим

В центре сферы намагниченность пропорциональна локальному полю

$$M_m = N\alpha_m H_{loc}, \quad (40)$$

где $\alpha_m = m/H_{loc}$ – магнитная поляризуемость. Отсюда получаем выражение

$$\mu_{eff} = 1 + \frac{\frac{N\alpha_m}{\mu_0}}{1 - \frac{N\alpha_m}{3\mu_0}} = \frac{\omega^2 \left(1 - \frac{2F}{3}\right) - \omega_0^2}{\omega^2 \left(1 + \frac{F}{3}\right) - \omega_0^2}. \quad (41)$$

для магнитной проницаемости в общем случае и случае без потерь

Подробно и с учётом взаимоиндукции метаатомов данная модель рассмотрена в работе [10].

ГЛАВА 3. МАГНИТНАЯ ПРОНИЦАЕМОСТЬ МЕТАПОВЕРХНОСТИ ИЗ РАСЩЕПЛЕННЫХ КОЛЬЦЕВЫХ РЕЗОНАТОРОВ

3.1. Методика расчёта магнитной проницаемости

В предыдущей главе, в качестве обзора, были рассмотрены несколько подходов к вычислению магнитной проницаемости. Все они имеют свои достоинства и недостатки, с учётом которых было принято решение использовать для расчётов модель расщеплённых резонаторов. Этот подход является золотой серединой между громоздкостью расчётов и учётом явлений, вызванных взаимодействием. Так как в данной работе я рассматриваю метаповерхность из расщеплённых кольцевых резонаторов (Рисунок 1) размером 11×11 элементов, использовать приближение неограниченного материала [10] невозможно, а значит, токи в каждом резонаторе будут течь разные - определяемые распространением МИ волн. Чтобы определить распределение токов в метаповерхности, для дальнейшего вычисления магнитной проницаемости, необходимо в нашем случае решить систему из 121 уравнения типа (26). Эту систему проще записать в виде матричного уравнения

$$\vec{V} = \mathbf{Z}\vec{I}, \quad (42)$$

где \vec{V} и \vec{I} это N -мерные векторы напряжений и токов в элементах, \mathbf{Z} - матрица импедансов размерности 121×121 . В приближении ближайших соседей матрица импедансов принимает вид

$$\mathbf{Z} = \begin{pmatrix} Z_{1,1} & Z_{1,2} & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_{1,12} & 0 & 0 \\ Z_{2,1} & Z_{2,2} & Z_{2,3} & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_{2,13} & 0 \\ 0 & Z_{3,2} & Z_{3,3} & Z_{3,4} & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_{3,14} \\ 0 & 0 & Z_{4,3} & Z_{4,4} & Z_{4,5} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ Z_{12,1} & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_{12,11} & Z_{12,12} & Z_{12,13} & 0 \\ 0 & Z_{13,2} & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_{13,12} & Z_{13,13} & Z_{13,14} \end{pmatrix} \quad (43)$$

где обозначение $Z_{i,j}$ обозначает в случае $i=j$ - импеданс Z_0 , характеризующий импеданс самих элементов, а в случае $i \neq j$ - элементы, отвечающие за взаимодействие между элементами с номерами i и j , при этом взаимодействие вдоль осей OX и OY считается одинаковым. Элементы нумеруются, начиная с угла. Сначала проходятся все элементы вдоль оси OX , затем возвращаются к началу координат, при этом сделав шаг вверх по оси OY , и снова нумеруют вдоль оси OX . Процесс повторяется, пока все элементы не будут пронумерованы с 1 по 121. В результате, элемент 1 соседствует с элементами 2 и 12. Таким образом, элементы матрицы импедансов, для которых $i-j=\pm 1$, характеризуют взаимодействие между соседними метаатомами вдоль оси OX , а элементы, для которых $i-j=\pm 11$, соответственно вдоль оси OY и равны и равные $i\omega M$, остальные элементы равны нулю, т.к. рассматривается взаимодействие только ближайших соседей.

Если известны электрические напряжения, приложенные к элементам структуры, то распределение токов для каждого элемента можно найти из следующего выражения

$$\vec{I} = \mathbf{Z}^{-1} \vec{V}. \quad (44)$$

Для его численного решения запишем собственный импеданс резонатора в виде

$$Z_0(\omega) = \left(\left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 - 1 \right) \frac{i}{\omega C} + R. \quad (45)$$

Таким образом, мы исключаем неизвестную индуктивность L , и нам остаётся только выразить взаимоиנדукцию через известный коэффициент взаимодействия и ёмкость элемента и его резонансную частоту

$$M = \frac{\kappa}{2C\omega_0^2}. \quad (46)$$

Наконец, применив формулу (23), с учётом высоты кольца $h=5$ мм, получим окончательное выражение для эффективной магнитной

проницаемости, определяемой распределением токов в элементах магнитного метаматериала:

$$\mu_{eff} = 1 + \frac{M_m}{\mu_0 H} = 1 + \frac{I_n}{hH_{ext}}. \quad (47)$$

Таким образом, зная распределение токов в элементах, мы можем посчитать эффективную магнитную проницаемость метаповерхности с взаимодействующими метаатомами.

Для расчета распределений I_n и μ_{eff} были разработаны программы в пакете MathLab, код которых приводится в Приложении 1. Параметры метаповерхности были взяты близкими к экспериментальным значениям, в частности резонансная частота элементов метаматериала $\omega_0=50.9$ МГц.

3.2. Соотношение распределений токов и магнитной проницаемости

Распространение МИ волн, как уже неоднократно упоминалось, неразрывно связано с учетом взаимодействия между метаатомами. Было показано, что отклик системы является существенным только в области пропускания МИ волн [11]. Так как значения магнитной проницаемости (47) мы рассчитываем по значениям силы тока в контурах, можно предположить, что полученные распределения значений μ_{eff} будут тесно связаны с распределением токов, что и подтверждают наши расчеты (Рисунок 16). Легко заметить, что экстремумы обоих графиков совпадают.

Из сходства двух распределений можно сделать вывод, что магнитная проницаемость элементов системы будет отличной от единицы, что соответствует наличию отклика, только в области пропускания МИ волн. На Рисунке 17 можно увидеть не только подтверждение данного высказывания, но и упомянутый в главе 1 эффект возникновения различных мод возбуждения на различных частотах в полосе пропускания МИ волн.

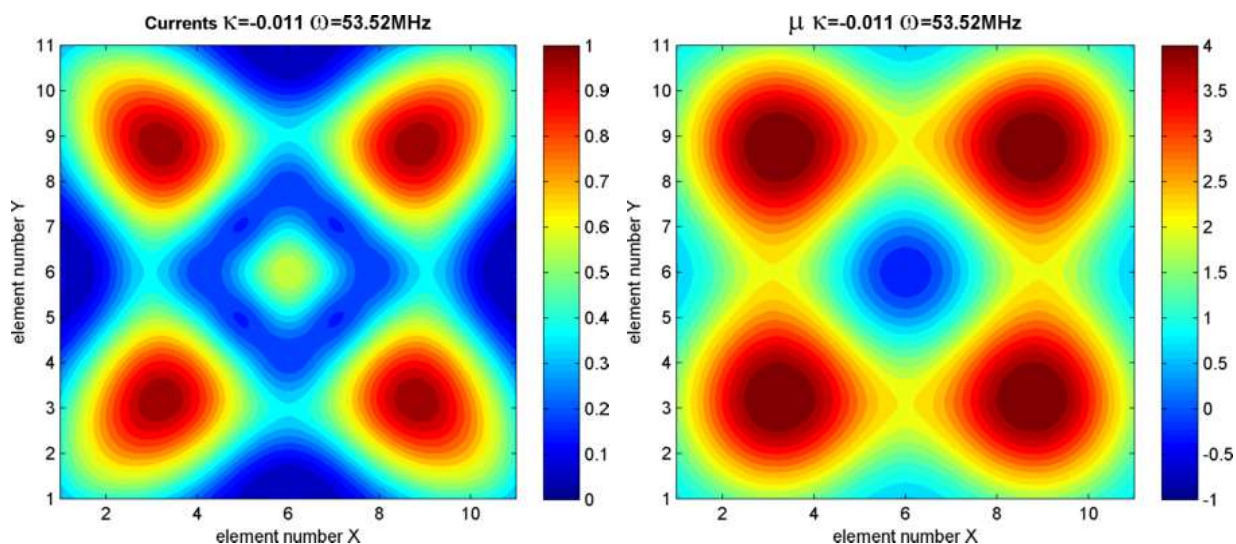


Рисунок 16 – Слева – нормированное распределение токов в метаповерхности из 11×11 метаатомов. Справа – распределение действительной составляющей магнитной проницаемости μ_{eff} на частоте $\omega=53.52$ МГц, и при взаимодействии метаатомов $\kappa=-0.011$. Резонансная частота $\omega_0=50.9$ МГц.

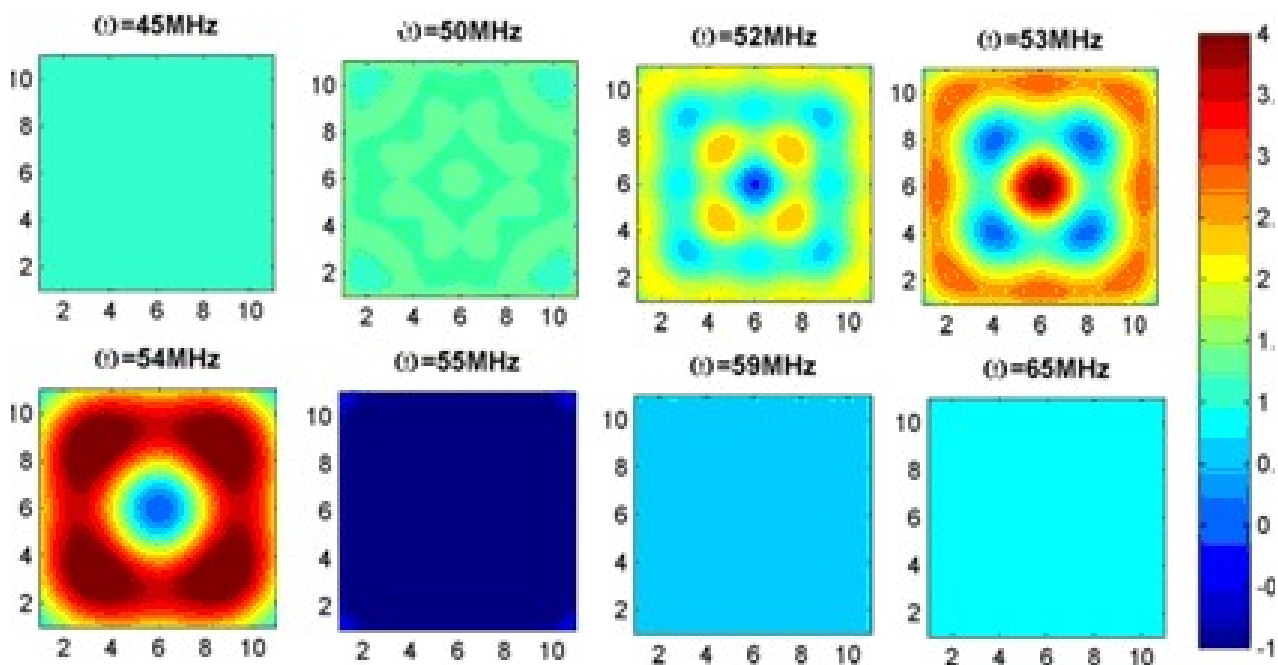


Рисунок 17 – Распределение действительной составляющей магнитной проницаемости μ_{eff} в метаповерхности из 11×11 метаатомов при фиксированном значении коэффициента взаимодействия $\kappa=-0.011$ и

различных частотах. $\omega_0=50.9$ МГц.

Видно, что вне полосы пропускания МИ волн, когда можно не учитывать взаимодействие элементов, проницаемость метаматериала однородна. При этом ниже полосы пропускания $\mu_{eff} > 1$, выше полосы пропускания $\mu_{eff} < 1$, как и на Рисунке 13.

3.3. Зависимость магнитной проницаемости от величины коэффициента взаимодействия метаатомов

Посмотрим теперь, как проницаемость зависит от величины взаимодействия, для этого зафиксируем частоту и будем варьировать величину коэффициента взаимодействия. Результаты показаны на Рисунке 18, где вновь можно наблюдать возникновение различных мод возбуждения, как и при изменении частоты.

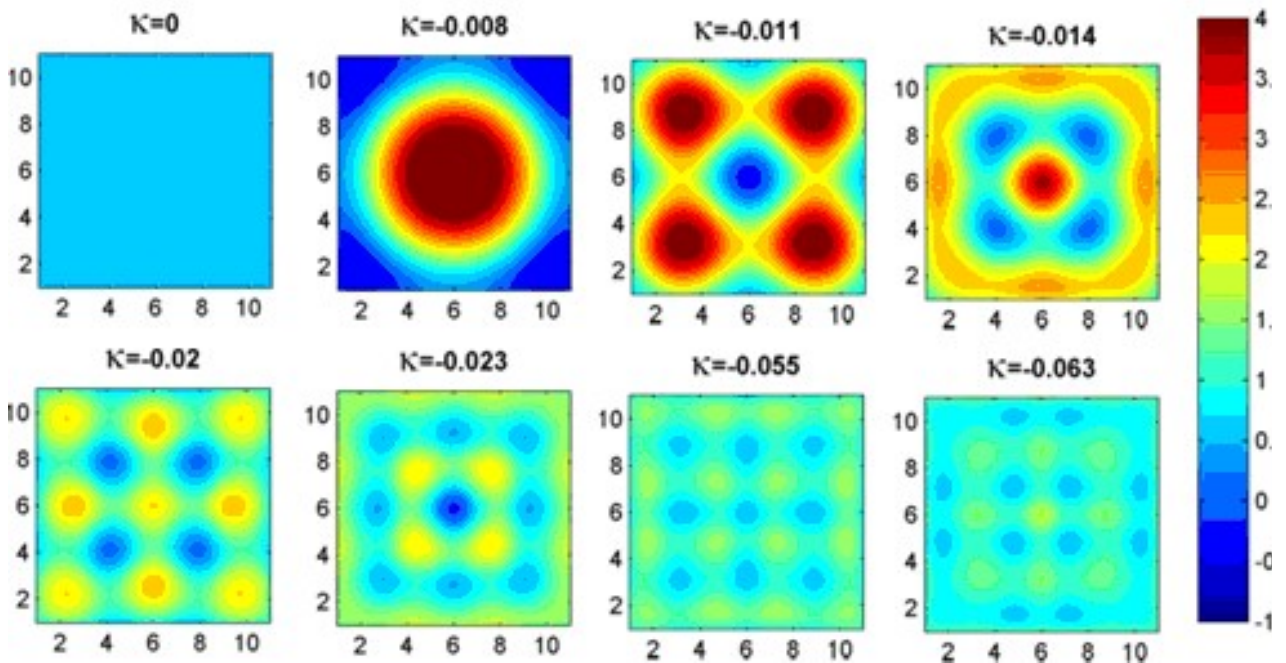


Рисунок 18 – Зависимость распределения действительной составляющей магнитной проницаемости μ_{eff} от величины коэффициента взаимодействия k от 0 до -0.063 на частоте $\omega=53.52$ МГц. $\omega_0=50.9$ МГц.

Из полученных распределений μ_{eff} можно сделать вывод, что учёт взаимодействия и влияния краевых эффектов приводит не только к изменению величины магнитной проницаемости, но и к возникновению сильной неоднородности распределения μ_{eff} вдоль метаповерхности. Кроме того, с ростом модуля коэффициента взаимодействия происходит смещение полосы пропускания МИ волн, что также видно из Рисунка 19, где показана частотная зависимость магнитной проницаемости, рассчитанной в центральном метаатоме структуры 11×11 (при возбуждении плоской волной) в зависимости от величины и знака коэффициента взаимодействия κ .

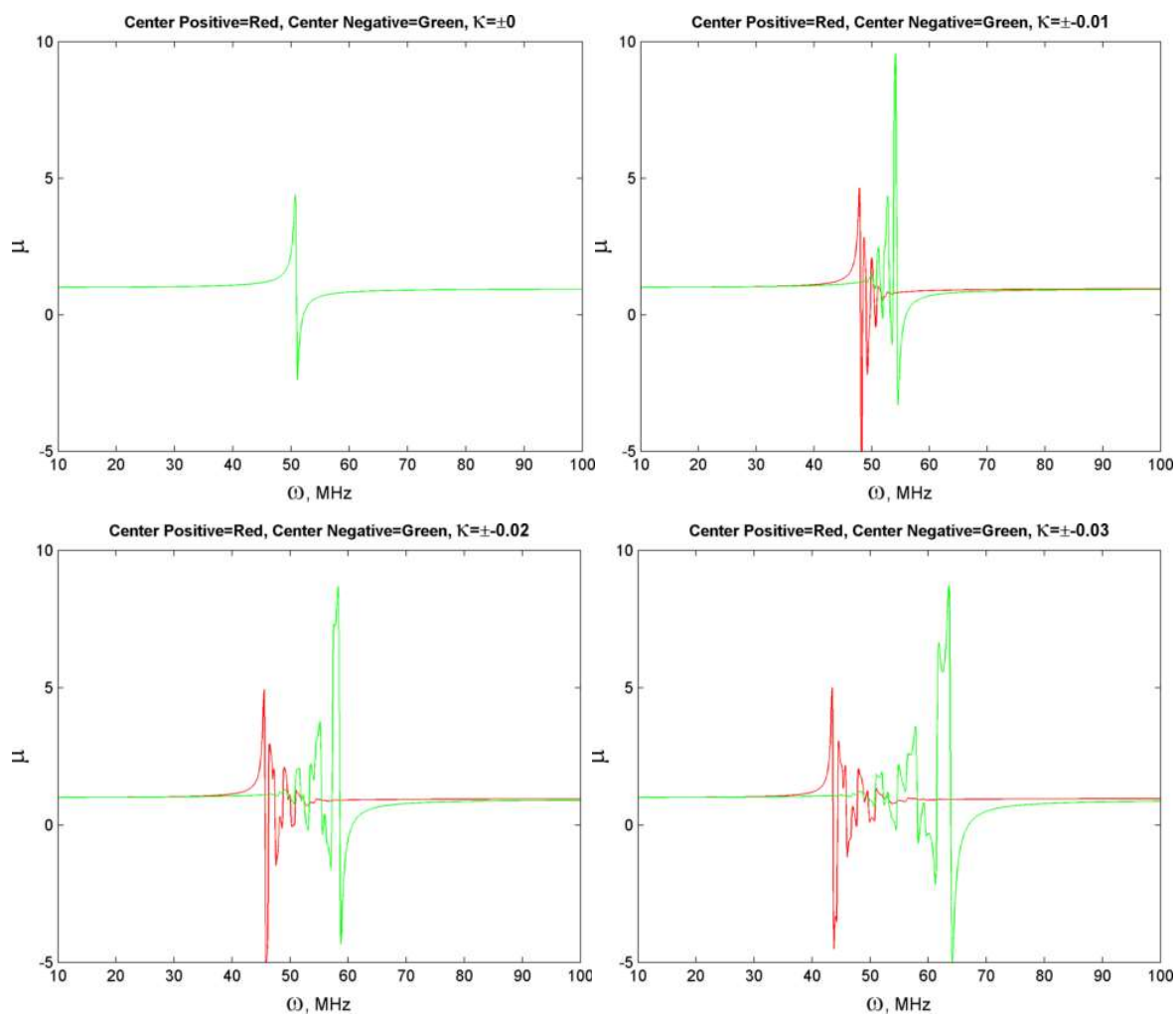


Рисунок 19 – Магнитная проницаемость центрального элемента в зависимости от частоты ω и от знака и величины коэффициента взаимодействия κ : зелёный – $\kappa < 0$, красный – $\kappa > 0$. $\omega_0 = 50.9$ МГц.

От знака коэффициента взаимодействия существенно зависит область, в которую отклик смещается, что видно из Рисунка 19. Так при достаточно слабом взаимодействии $\kappa = -0.03$, резонансная частота смещается к 64 МГц, и смещение составляет около 25%. В то время как положительное взаимодействие смещает резонансную частоту на 13.5%.

При этом не стоит забывать, что в МГц диапазоне создать метаповерхность из расщеплённых кольцевых резонаторов, для которой вдоль обеих осей $\kappa > 0$, невозможно. Так что данная зависимость представлена сугубо для наглядности.

3.4. Зависимость отклика системы от характера возбуждения

Для практических целей, интересно посмотреть, как меняется отклик системы в зависимости от характера возмущения. На Рисунке 20 представлены графики распределения токов системе для двух вариантов возбуждения:

1) возбуждается только центральный элемент, что соответствует возбуждению антенной и (Рисунок 20 сверху);

2) возбуждение системы целиком падающей плоской волной (Рисунок 20 снизу).

Замечу, что изучая влияние различных способов возбуждения метаповерхности, мы можем сравнивать только распределение токов в пространстве, т.к. при возбуждении антенной магнитная проницаемость во всех элементах, кроме возбуждаемого, не определена из-за отсутствия внешнего поля, которое бы возбуждало эти элементы. Тем не менее, мы можем провести сравнение величин магнитной проницаемости одного элемента в зависимости от характера возбуждения (Рисунок 21).

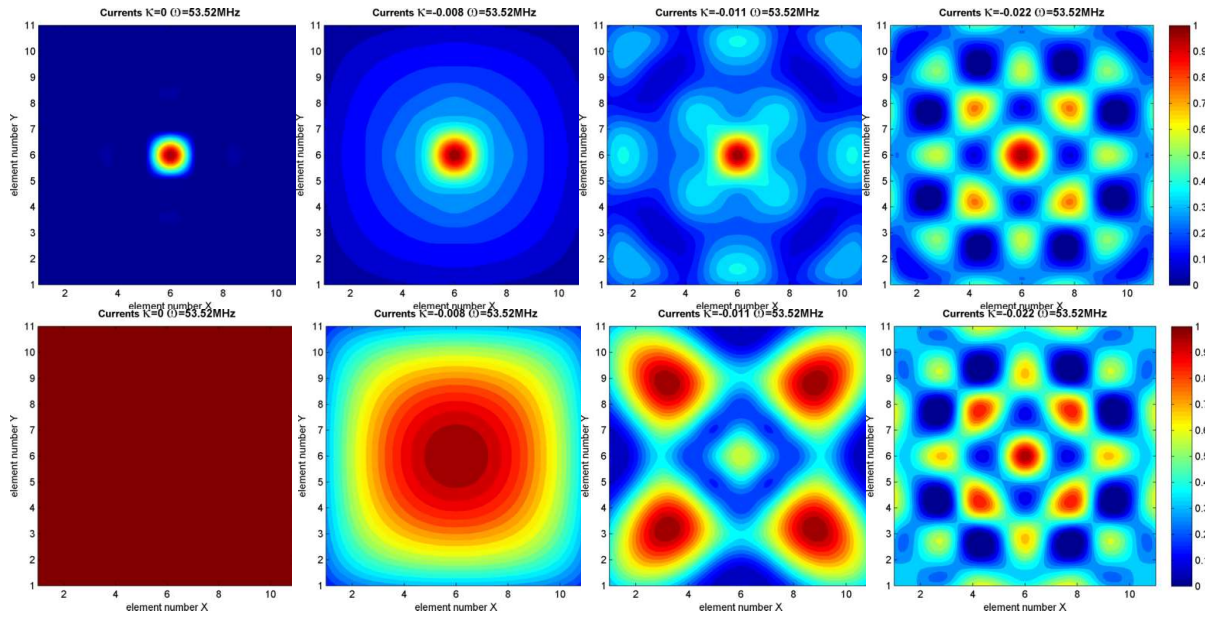


Рисунок 20 – Распределение токов в метаповерхности из 11×11 метаатомов при различных значениях коэффициента взаимодействия κ ($\kappa=0$; -0.008 ; -0.011 ; -0.022 слева направо) и различных возбуждениях на частоте $\omega=53.52$ МГц. Сверху – возбуждение антенной центрального метаатома, снизу – возбуждение всей структуры однородной волной. Резонансная частота метаатомов $\omega_0=50.9$ МГц.

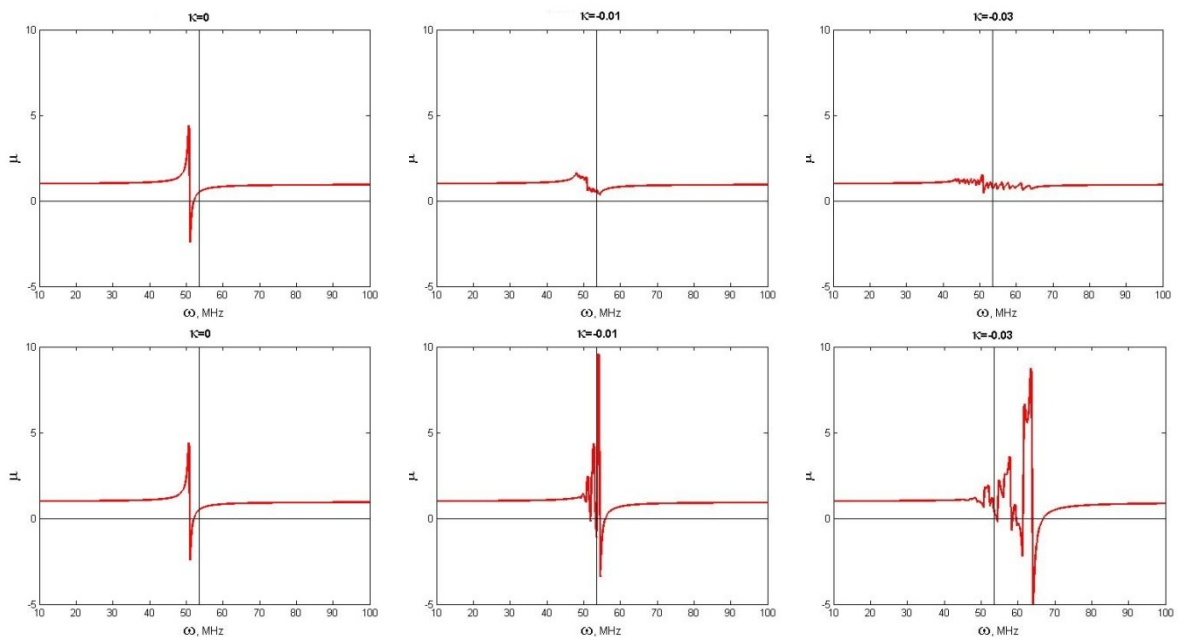


Рисунок 21 – Зависимость от частоты действительной части μ_{eff} центрального элемента от коэффициента взаимодействия κ .. ($\kappa=0$; -0.01 и -0.03 слева направо) при различных возбуждениях. Сверху – возбуждение антенной центрального метаатома, снизу – возбуждение всей структуры однородной волной. Резонансная частота метаатомов $\omega_0=50.9$ МГц. (вертикальной линией показана частота $\omega=53.52$ МГц)

По полученным зависимостям можно сделать вывод о распределении поглощённой энергии в метаматериале. В случае возбуждения центрального метаатома точечной антенной (Рисунок 21 сверху), взаимодействие приводит к перераспределению энергии от возбуждаемого элемента к соседним элементам, вследствие чего резонансный отклик в возбуждаемом элементе практически исчезает с ростом κ

В случае возбуждения всей метаповерхности однородной волной (Рисунок 21 снизу), наоборот – благодаря интерференции в материале возникают различные моды возбуждений, что позволяет на определённых частотах добиться более сильного отклика, чем в отсутствие какого-либо взаимодействия.

Объединяя последние несколько пунктов, можно получить величину отклика в центральном элементе при различных вариантах возбуждения системы в зависимости и от частоты возбуждающего поля, и от коэффициента взаимодействия (Рисунок 22).

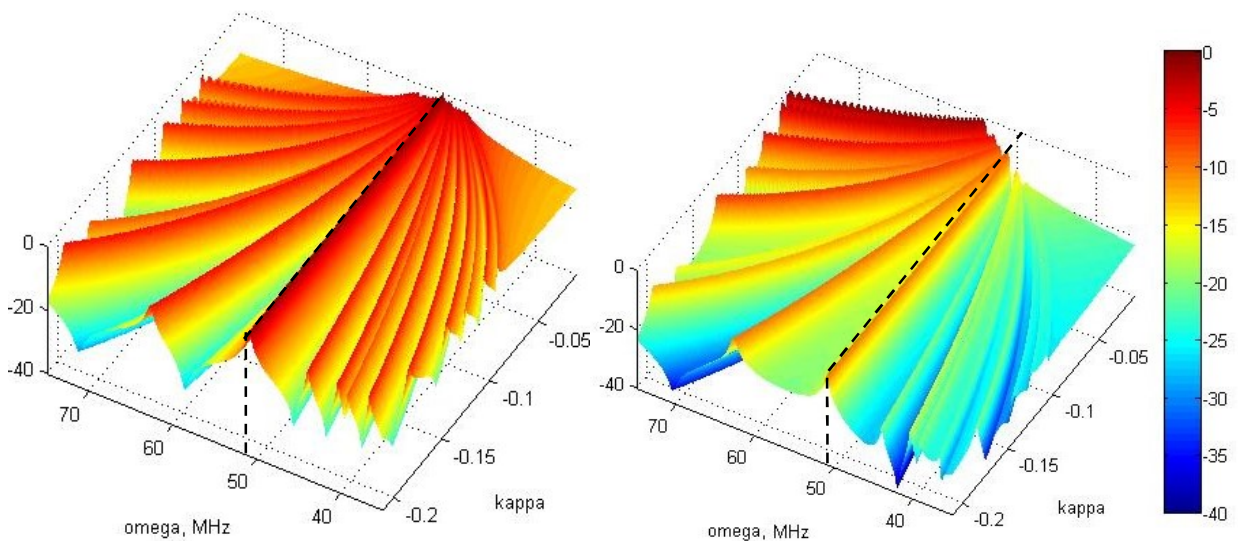


Рисунок 22 – Зависимость тока в центральном элементе метаповерхности 11×11 от величин коэффициента взаимодействия $-0.21 < \kappa < -0.01$ и частоты $35 \text{ МГц} < \omega < 75 \text{ МГц}$ при различных возбуждениях. Слева – возбуждение центрального элемента, справа – возбуждение всей поверхности плоской однородной волной. Черной пунктирной линией показана резонансная частота $\omega_0 = 50.9$ МГц.

Здесь мы можем явно увидеть, насколько сильно изменяется характер возбуждения метаповерхности на примере центрального метаатома при учёте взаимодействия. И хотя на резонансной частоте, очевидно, возбуждение присутствует при всех значениях k , влияние взаимодействия существенно на частотах вблизи резонансной частоты. При этом распределение асимметрично относительно ω_0 . При точечном возбуждении усиление асимметрии усиливается с ростом взаимодействия, при возбуждении всей структуры – асимметрия сохраняется вплоть до слабых взаимодействий $k=0.05$.

ВЫВОДЫ

В работе впервые предложена новая модель для расчёта эффективной магнитной проницаемости метаматериалов в виде метаповерхностей из расщеплённых кольцевых резонаторов. Модель учитывает не только взаимодействие между элементами, но и граничные условия, что приводит к различию токов, текущих в метаатомах в полосе пропускания магнитоиндуктивных волн.

В соответствии с предложенной моделью разработана оригинальная программа в пакете Matlab для расчёта распределения силы тока и величины магнитной проницаемости для каждого элемента метаповерхности. В программе предусмотрена возможность варьировать коэффициент взаимодействия метаатомов, частоту и характер возмущения метаматериала.

Впервые показана тесная связь между распределением магнитной проницаемости и распределением токов в системе, что ещё раз доказывает необходимость учёта МИ-волн при расчёте и прогнозировании свойств метаматериалов.

Проанализирована зависимость отклика системы от величины и знака коэффициента взаимодействия; обнаружено, что область частот, в которой наблюдается отклик, смещается, что соответствует результатам предшествующей модели, но также впервые показано, что вместе с частотной областью отклика меняется и его форма. Этот результат не проявляется в более простой модели и является очень важным для прогнозирования свойств метаматериалов.

Впервые в явном виде получено неоднородное распределение эффективной магнитной проницаемости магнитных метаповерхностей в зависимости от частоты и величины взаимодействия метаатомов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведённое исследование доказывает необходимость учёта взаимодействия при расчёте свойств метаматериалов и открывает простор для дальнейшего усовершенствования метода расчёта магнитной проницаемости с целью сравнить прогнозируемые величины с измеряемыми в эксперименте. В частности, впервые полученное неоднородное распределение магнитной проницаемости вдоль метаповерхности в полосе пропускания МИ волн.

Разработанная в работе модель и методика расчета магнитной проницаемости и полученные результаты будут полезны при расчете свойств метаматериалов еще на стадии их проектирования для активного применения метаматериалов в науке и технике.

БЛАГОДАРНОСТИ

Хочу выразить искреннюю благодарность всем сотрудникам кафедры магнетизма за благожелательную и творческую атмосферу на кафедре в период моего обучения в бакалавриате, особенно куратору нашей группы Анне Михайловне Харламовой, всем преподавателям кафедры, читавшим нам лекции и проводившим с нами практические занятия. Отдельная благодарность Ольге Анатольевне Котельниковой за ценные замечания по оформлению работы и за полученные знания о магнетизме.

Отдельная благодарность всей нашей группе по исследованию метаматериалов, особенно Антону Вакуленко и Павлу Петрову, и моему научному руководителю Анне Александровне Радковской за интересную тему и ценные советы.

Спасибо всем большое!

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Engheta N., Ziolkowski R. W. *Metamaterials: Physics and Engineering Explorations*. John Wiley & Sons & IEEE Press. 2006.
2. Веселаго В.Г. Электродинамика веществ с одновременно отрицательными значениями ϵ и μ . УФН, т.92, с.512-517. 1968
3. Kiti G., Radoni V., Crnojevi V. *Soil moisture sensors based on metamaterials*. SIST. 2012.
4. Stevens C.J. *Magnetoinductive waves and wireless power transfer*. IEEE Trans. Power Electron, v.30, p.6182-6190. 2014.
5. Raghavan S., Rajeshkumar V. *An Overview of Metamaterials n Biomedical Applications*. PIERS Proceedings, Taipei. 2013.
6. Solymar L., Shamonina E. *Waves in Metamaterials*. Oxford Univ.Press., Oxford. 385 p. 2009.
7. Syms R. R. A., Shamonina E., Solymar L. *Positive and negative refraction of magnetoinductive waves in two dimensions*. Eur.Phys.J. B, v. 46, p. 301-308. 2005.
8. Zhuromskyy O., Shamonina E., Solymar L. *2D metamaterials with hexagonal structure: spatial resonances and near field imaging*. Opt. Exp., v.13, p. 9299- 9309. 2005.
9. Pendry J.B., Holden A.J., Robbins D.J., and Stewart W.J., *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* v.47, p. 2075. 1999.
10. Gorkunov, M., Lapine, M., Shamonina, E., and Ringhofer, K. H. *Effective magnetic properties of a composite material with circular conductive elements*. Eur. Phys. J. B, v.28, 263–269. 2002.
11. Пальванова Г.С. *Фононоподобная дисперсия в дискретных магнитных метаматериалах в МГц диапазоне*. 2013.
12. Петров П.С. *Особенности механизмов взаимодействия между элементами на малых расстояниях при различных конфигурациях их*

- влияние на дисперсию магнитоиндуктивных волн метаматериалах мега- и гигагерцовом диапазонах. 2015.
13. Вакуленко А.Ю. Экспериментальное исследование поверхностных магнитоиндуктивных волн в метаматериалах. 2016.
 14. Radkovskaya A., Shamonina E. Band structure of Mono- and Diatomic Metamaterials with Inter-Element Coupling. 7th International Congress on Advanced Electromagnetic Materials in Microwaves and Optics – Metamaterials. Thesis, Bordeaux. France. 2013.
 15. Radkovskaya A., Shamonin M., Stevens C.J., Faulkner G., Edwards D.J., Shamonina E., Solymar L. An experimental study of the properties of magnetoinductive waves in the presence of retardation. *JMMM*, v.300, p.29-32. 2006.
 16. Radkovskaya A.A., Prudnikov V.N., Kotelnikova O.A., Palvanova G.S., Prokopjeva V.V., Andreenko A.S., Zakharov P.N., Korolev A.F., Sukhorukov A.P. Experimental Study of Phonon-Like Dispersion in Biatomic Magnetic Metamaterials in the MHz Range. *Bulletin of the Russian Academy of Sciences. Physics*, v. 78, No. 2, p. 136–138. 2014.
 17. Wiltsher M. C. K., Shamonina E., Young I. R., Solymar L. Experimental and theoretical study of magneto-inductive waves supported by one-dimensional arrays of ‘Swiss Rolls’. *J.Appl.Phys.*, v. 95, p. 4488-4493. 2003.
 18. Shamonina E., Kalinin V. A., Ringhofer K. H., Solymar L. Magneto-inductive waveguide. *Electron. Lett.* v.38, p. 371-372. 2002.
 19. Shamonin M, Shamonina E, Kalinin V, Solymar L. Properties of a metamaterial element: Analytical solutions and numerical simulations for a singly split double ring. *Journal of Applied Physics*. v. 95, pp. 3778–3784. doi:10.1063/1.1652251. 2004.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Ниже приведён пример код программ, написанных в пакете MatLab, использованных для аналитического расчёта возбуждения метаматериала (Рисунок 22).

```
clear all
```

```
%ВВОДИМ НАЧАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ И ХАРАКТЕРИСТИКИ %РЕЗОНАТОРА
```

```
omega0=50.89*10^6 ; % резонансная частота метаатомов
```

```
omega=35*10^6 ; % начальная частота
```

```
h=5/100; % высота резонансного кольца
```

```
S=3.1416*10.5*10.5/1000000;
```

```
m0=4*3.1416*10^(-7);
```

```
C=(340*10^(-12)) ; % ёмкость резонансного кольца
```

```
R=0.065;
```

```
ka0=-0.21;
```

```
kas=0.001;
```

```
ksteps=201;
```

```
steps=641;
```

```
n=11; % число метаатомов в квадратной метаповерхности n*n
```

```
delta_omega=0.0625*10^6;
```

```
omega_nach=omega;
```

```
t=(n*n+1)/2;
```

```
MU=zeros(2,steps,ksteps,n*n);
```

```
signal=zeros(steps,ksteps,n,n);
```

```
ka=ka0;
```

```
%ВВОДИМ ХАРАКТЕР ВОЗБУЖДЕНИЯ (АНТЕННА ИЛИ ВОЛНА)
```

```
H=zeros(1,n*n);
```

```
H(t)=R;
```

```
%H=R*ones(1,n*n);
```

```
%ЗАПОЛНЯЕМ МАТРИЦУ ИМПЕДАНСОВ
```

```
for tk=1:ksteps
```

```
for kk=1:steps
```

```
    M=ka/(2*C*omega0^2);
```

```
    omega=omega_nach+delta_omega*(kk-1);
```

```
    Z0=sqrt(-1)*((omega/omega0)^2-1)/(2*pi*omega*C)+R;
```

```

D=omega*M*sqrt(-1);
Z=zeros(n*n,n*n);
for x=1:(n*n)
    Z(x,x)=Z0;
    if(x<=(n*(n-1)))
        Z(x+n,x)=D;
        Z(x,x+n)=D;
    end
    if(rem(x,n)~=0)
        Z(x+1,x)=D;
        Z(x,x+1)=D;
    end
end

%РАСЧИТЫВАЕМ ОБРАТНУЮ МАТРИЦУ ИМПЕДАНСОВ
Z=Z^(-1);
%РАСЧИТЫВАЕМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТОКОВ
I=H*Z;

for t=1:n*n
    %СОХРАНЯЕМ ПОЛУЧЕННЫЕ ДАННЫЕ
    MU(1,kk,tk,t)=omega/(10^7);
    MU(2,kk,tk,t)=abs(I(t));
end

end

ka=ka+kas;
end
%ПЕРЕПИСЫВАЕМ ПОЛУЧЕННУЮ ИНФОРМАЦИЮ В ФОРМУ, %БОЛЕЕ УДОБНУЮ ДЛЯ
ОБРАБОТКИ
for y=1:n
    for x=1:n
        signal(:,x,y)=MU(2,,:,x+(y-1)*n);
    end
end

%ВЫВОДИМ ИЗОБРАЖЕНИЕ НА ЭКРАН И СОХРАНЯЕМ В ФАЙЛ
[Xq,Yq] = meshgrid(1:0.1:steps,1:0.1:ksteps);
m=max(max(max(max(signal))));
Vqq=zeros(steps,ksteps);

```



```

for kk=1:steps
    for tk=1:ksteps
        Vqq(kk,tk)=10*log10(signal(kk,tk,6,6)/m);
    end
end

figure('Color','w')
surf(((1:ksteps)-1)*(0.001)-0.21,(1:steps)*0.0625+35,real(Vqq))
axis([-0.21 -0.01 35 75 -40 0])
view(300, 65);
colorbar
shading interp
caxis([-40 0])
xlabel('kappa')
ylabel('omega')
export_fig Diplomsa_muk_all.pdf -painters -clipboard

```