

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В.ЛОМОНОСОВА»

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ  
КАФЕДРА МАГНЕТИЗМА

**БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА**

**«Дополнение к теории диффузного спинового транспорта в магнитных  
многослойных структурах геометрии «ток перпендикулярен плоскости»**

Выполнила  
студентка 419 группы  
Андреюшкова М.В.

---

Научный руководитель:  
к.ф.-м.н. Андрианов Т.А.

---

Научный консультант:  
д.ф.-м.н., проф. Ведяев А.В.

---

Допущена к защите

« » мая 2021 года.

Зав. кафедрой магнетизма

д.ф.-м.н., проф. Перов Н. С.

---

Москва 2021

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	3
Обзор литературы.....	5
Общие сведения о спин-зависимой проводимости в многослойных структурах.....	5
Спиновый транспорт в коллинеарных многослойных магнитных структурах в геометрии «ток перпендикулярен плоскости».....	9
Спиновый транспорт в неколлинеарных многослойных магнитных структурах в геометрии «ток перпендикулярен плоскости».....	14
Постановка задачи.....	18
Аналитический расчёт.....	19
Результаты.....	25
Обсуждение результатов.....	29
Заключение.....	30
Список литературы.....	31

## ВВЕДЕНИЕ

Уже на протяжении более чем 30 лет внимание научного сообщества привлекают исследования в области спинтроники. В отличие от классической электроники, где информация передаётся с помощью переноса заряда электрона, в спинтронике информация переносится с помощью ещё одной фундаментальной характеристики электрона, которая называется спин. В основе эффектов спинтроники, например эффекта гигантского магнитосопротивления, лежит рассеяние электронов, зависящее от направления спина электрона по отношению к магнитным моментам атомов магнитной подрешётки кристалла. Эффект ГМС впервые наблюдался в многослойных структурах с чередующимися тонкими слоями ферро- и слабомангнитных материалов. Он состоит в существенном изменении электрического сопротивления такой структуры при изменении взаимного направления намагниченности соседних магнитных слоёв [1, 2]. У проводника, изготовленного из ферромагнитного металла, сопротивление зависит от взаимной ориентации направлений внешнего магнитного поля и электрического тока, проходящего через образец. Энергетически выгодное состояние для структур с малой по сравнению с длиной свободного пробега электрона толщиной слоёв – антипараллельная ориентация намагниченностей в соседних ферромагнитных слоях. Изменение ориентации намагниченностей приводит к изменению сопротивления структуры [3].

Основная сфера применения эффекта — создание высокочувствительных датчиков магнитного поля, используемых для считывания информации в жёстких дисках. В жёстких магнитных дисках информация кодируется с помощью магнитных доменов, когда одному направлению намагниченности в них ставится в соответствие логическая единица, а противоположному — логический нуль. Магниторезистивные наноструктуры используются в считывающих головках в жестких дисках уже

довольно давно. Кроме того, идут разработки новых видов памяти, основанных на магниторезистивных элементах: например, магниторезистивной оперативной памяти MRAM (от англ. Magnetic Random Access Memory). По целому ряду показателей последняя превосходит существующие в настоящее время полупроводниковые аналоги.

Одно из важнейших открытий в области спинтроники – явление переноса спина спин-поляризованным током при протекании через ферромагнетик. Ток называется спин-поляризованным, когда большая часть электронов имеет одинаковое направление проекции спина. Важно, чтобы еще и время жизни спина, то есть время, в течение которого направление спина не меняется, было достаточно большим для передачи его на нужные расстояния. Хорошим примером использования спин-поляризованного тока является возможность перемагничивания одного из слоёв многослойного образца с его помощью (явление спинового торка), что связано с существованием прямого локального обменного взаимодействия между током и намагниченностью. Это используется в технологии MRAM для перемагничивания ячеек памяти.

Для количественной интерпретации экспериментальных данных в многослойных структурах и для разработки спинтронных устройств с неоднородным распределением тока необходимо теоретическое описание как спин-зависящего транспорта (электрического и спинового токов), так и вращающего спинового момента (торка) в системах произвольной формы и произвольной магнитной конфигурации. Настоящая работа посвящена анализу существующих теоретических подходов к описанию спин-зависящего транспорта в СРР-геометрии (или геометрии «ток перпендикулярен плоскости») с последующим их дополнением. Одним из таких подходов является решение квазиклассического кинетического уравнения Больцмана, которое позволяет рассмотреть процесс спинового транспорта как диффузионный. Диффузный подход в настоящее время является одним из основных подходов, позволяющим описывать спиновый транспорт в

многослойных структурах в СРР-геометрии, ввиду своей относительной простоты и наличия широкого класса задач, в которых данный подход можно использовать. Именно поэтому любые дополнения и уточнения данного подхода являются достаточно актуальной темой для теоретических исследований.

## 1. ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

### 1.1. Общие сведения о спин-зависимой проводимости в многослойных структурах

Модель спин-зависимой проводимости была предложена Моттом [4] в 1936 году для объяснения особенностей поведения электрического сопротивления ферромагнитных металлов. Он выявил, что при низких температурах электроны проводимости с противоположными по отношению к направлению намагниченности ферромагнетика проекциями спина различимы при движении и рассеянии.

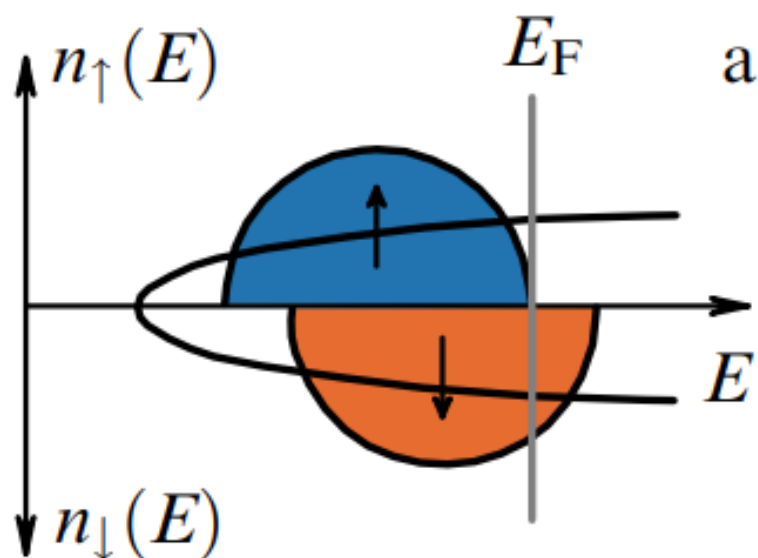


Рисунок 1. Схематическое изображение зонной структуры ферромагнитного материала, отображающее расщепление зон с учётом направления проекции спина [7].

Механизм спин-зависимой проводимости объясняется стандартной зонной структурой ферромагнетика (рис. 1). Как известно, проводимость определяется электронами, находящимися на поверхности Ферми. Обменное расщепление энергетических уровней d-электронов, относящихся к ориентациям спинов «вверх» и «вниз», приводит к тому, что на уровне Ферми электроны с противоположными направлениями спинов имеют разные плотности состояний и проявляют разные свойства проводимости. [5]

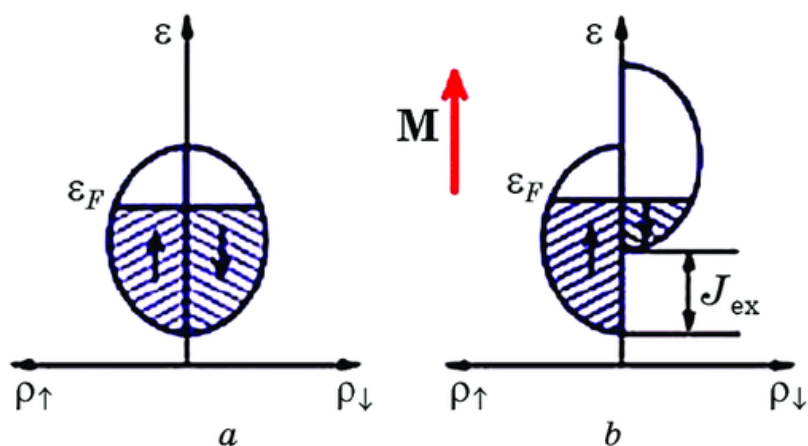


Рисунок 2. Плотность электронных состояний для электронов с различным направлением проекции спина. (а) Слабмагнитный материал, расщепления нет; (б) ферромагнитный металл, обменное взаимодействие  $J_{ex}$  вызывает расщепление [8].

Как известно, в ферромагнетике у каждого атома есть нескомпенсированный магнитный момент. Если мы пропускаем через ферромагнитный слой ток, то неполяризованный ранее ток становится спин-поляризованным. Электроны проводимости, входящие в состав пропускаемого тока, взаимодействуют с атомами, локализованными в узлах кристаллической решётки ферромагнетика. При этом электрон проводимости минимально взаимодействует с теми атомами ферромагнетика, у которых направление магнитного момента параллельно проекции спина электрона, поскольку минимум обменной энергии будет достигаться именно при такой ориентации. В намагниченных определённым образом областях будет разное количество электронов со спином, направленным по и против направления

намагниченности в ферромагнитном слое (рис. 2). Электронов со спином, параллельным намагниченности подрешётки, будет больше, чем с антипараллельным. Они называются основными носителями. У обычного металла число электронов с разными направлениями спина равно, поэтому ток электронов обладает нулевой проекцией спина [6].

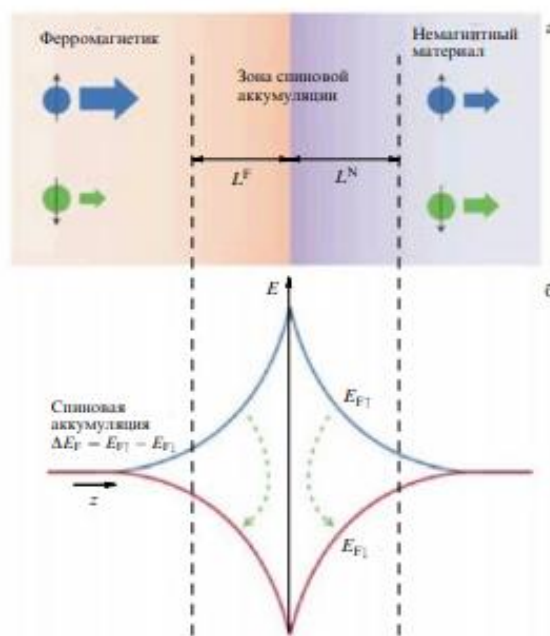


Рисунок 3. Схематическое представление процесса спиновой аккумуляции на границе между ферромагнитным и слабомагнитным слоем. (а) Спиновые токи, соответствующие направлениям спинов вверх и вниз, вдали от границы. (б) Расщепление химических потенциалов  $E_{F↑}$  и  $E_{F↓}$  на границе. Стрелками обозначены перевороты спинов, вызванные спиновым расщеплением в неравновесном состоянии [7].

Аккумуляция спинов – явление возникновения неравновесной спиновой плотности вблизи раздела сред с разными направлениями намагниченности. Это явление возникает при протекании электрического тока через границу между слоями перпендикулярно к ней, то есть в геометрии «ток перпендикулярен плоскости». На границе ферромагнетика и парамагнетика химический потенциал электронов расщепляется, что связано со спиновой поляризацией тока (рис. 3б). Спиновая аккумуляция определяется сопротивлением границы, связанным с энергетическим барьером, равному

энергии обменного взаимодействия. Например, при направлениях тока и спиновой поляризации, показанных на рисунке 3, наблюдается аккумуляция вблизи границы электронов со спином, направленным «вверх». Эта аккумуляция спинов распространяется по обе стороны границы на расстояние, равное спин-диффузионной длине волны, то есть расстояние, на протяжении которого проекция спина сохраняет своё направление. [7]

Соответственно, для носителей разных спинов будет различная ситуация при прохождении этого барьера. Если ток проходит в ферромагнетик с основным спином «вверх», то электроны со спином «вверх» будут проходить через границу почти беспрепятственно и наоборот.

Если имеется многослойная структура из ферромагнитных и слабомагнитных слоёв, то при протекании через такую структуру тока с достаточно большой плотностью происходит перенос спина и вращение магнитного момента в ферромагнетике [9]. При протекании тока через первый ферромагнитный слой спины электронов ориентируется вдоль направления локальной намагниченности ферромагнетика, то есть ток становится спин-поляризованным. Если ток затем попадает в другой ферромагнитный слой с неколлинеарной намагниченностью, отделённый от первого тонкой слабомагнитной прослойкой, то спины электронов ещё сохраняют прежнее направление и со стороны спин-поляризованного тока возникает воздействие на локальную намагниченность второго слоя (рис. 4). Через некоторое время во втором ферромагнитном слое устанавливается равновесное состояние, в котором направления спинов электронов согласованы с направлением намагниченности. Если плотность тока будет достаточно большой, направление намагниченности второго слоя может измениться на полностью противоположное, то есть произойдёт перемагничивание слоя. Таким образом, создаётся вращательный момент или так называемый спин-торк со стороны спин-поляризованных электронов, который действует на локальную намагниченность [10, 11].



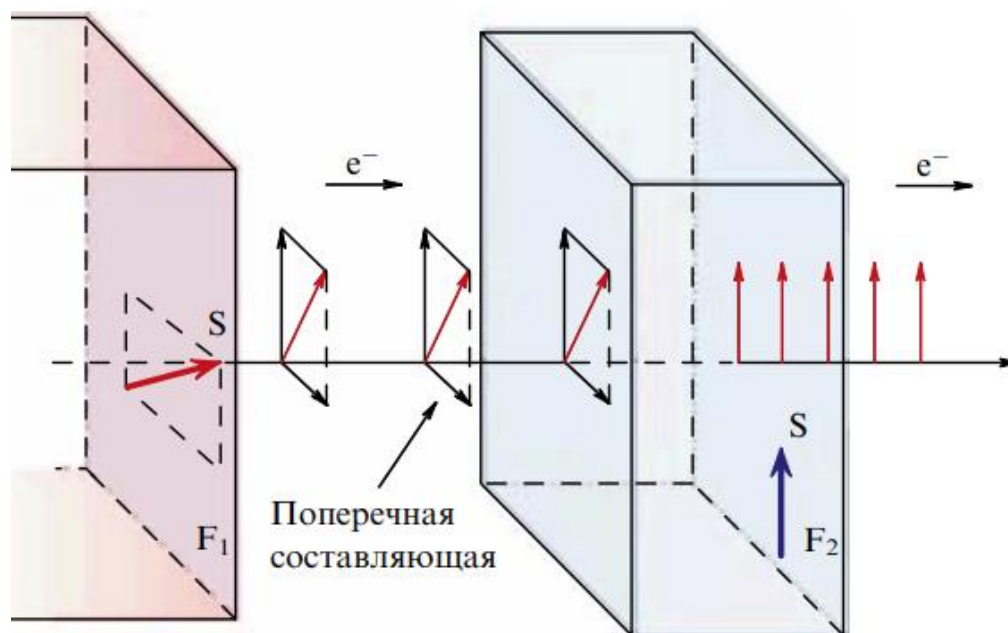


Рисунок 4. Иллюстрация процесса переноса спина [9].

## 1.2. Спиновый транспорт в коллинеарных многослойных магнитных структурах в геометрии «ток перпендикулярен плоскости»

В работе [12] Т. Валет и А. Ферт получили уравнения спинового транспорта для структур с коллинеарной намагниченностью слоёв в диффузном режиме, исходя из фундаментального квазиклассического кинетического уравнения Больцмана. Рассмотренная ими система состоит из чередующихся ферромагнитных и парамагнитных металлических слоёв, ток течёт перпендикулярно слоям с заданной плотностью. При этом период многослойной структуры не должен превышать длины свободного пробега электрона проводимости, иначе эффект ГМС не может наблюдаться [13]. При решении уравнения Больцмана Валет и Ферт сделали следующие допущения: электроны движутся с одной и той же скоростью Ферми и эффективной массой, и спин-диффузионная длина гораздо больше длины свободного пробега, то есть считается, что до рассеяния на дефектах электрон перемещается без переворота спина. Авторы вводят следующие выражения:

спин-диффузионная длина  $l_{sf} = \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{1}{l_s}\right)^2 + \left(\frac{1}{l_{-s}}\right)^2}}$ , где  $l_s = \sqrt{\frac{v_f^2 \tau_{sf}}{3\left(\frac{1}{\tau_{sf}} + \frac{1}{\tau_s}\right)}}$ ,  $s$  и  $-s$  –

направления проекции спина,  $v_f$  – скорость Ферми,

$\tau_s$  и  $\tau_{sf}$  – времена релаксации, связанные обратным образом с вероятностями,

что электрон при рассеянии сохранит проекцию своего спина или изменит её

на противоположную; длина свободного пробега  $\lambda_s = v_f \left(\frac{1}{\tau_s} + \frac{1}{\tau_{sf}}\right)^{-1}$ .

Температура в этой модели полагается равной нулю, так как в этом случае электрон-магнонное рассеяние с переворотом спина может не учитываться и рассеяние электронов с переворотом спина связаны только со спин-орбитальным взаимодействием на дефектах или примесях, а также с обменным рассеянием электронов на примесях в слабомагнитных слоях [14].

Рассмотрим более подробно уравнение Больцмана.  $f_s(z, v)$  в уравнении Больцмана – функция распределения электрона проводимости с определенным направлением спина по координате и скорости.  $E(z) = -\frac{\partial V(z)}{\partial z}$  – локальное электрическое поле.  $-e$  и  $\varepsilon(v)$  – заряд и энергия электронов.  $P_s(z, \varepsilon(v))$  и  $P_{sf}(z, \varepsilon(v))$  – это, соответственно, вероятности сохранения проекции спина и её изменения при рассеянии.  $s$  и  $-s$  – направления спина относительно намагниченности ферромагнитного слоя.

$$v_z \frac{\partial f_s}{\partial z}(z, v) - eE(z)v_z \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}(v) = \int d^3 v' \delta[\varepsilon(v') - \varepsilon(v)] P_s(z, \varepsilon(v)) [f_s(z, v') - f_s(z, v)] + \int d^3 v' \delta[\varepsilon(v') - \varepsilon(v)] P_{sf}(z, \varepsilon(v)) [f_{-s}(z, v') - f_s(z, v)] \quad (1)$$

Точное решение интегро-дифференциального уравнения Больцмана до сих пор не найдено. Для того чтобы получить приближённое решение данного уравнения, Валет и Ферт использовали процедуру линеаризации уравнения Больцмана. Для этого функция распределения  $f_s(z, v)$  была представлена в виде равновесной функции Ферми-Дирака  $f^0(v)$  с добавлением малого возмущения: изотропного члена  $\frac{\partial f^0}{\partial \varepsilon} [\mu^0 - \mu_s(z)]$ , учитывающего локальные вариации химического потенциала для электрона со спином  $s$  и отвечающего

за возникновение спиновой аккумуляции в геометрии «ток перпендикулярен плоскости» [15], а также анизотропного члена  $\frac{\partial f^0}{\partial \varepsilon} g_s(z, v)$  [16]. Здесь  $\mu^0$  – равновесный химический потенциал.

$$f_s(z, v) = f^0(v) + \frac{\partial f^0}{\partial \varepsilon} \{[\mu^0 - \mu_s(z)] + g_s(z, v)\} \quad (2)$$

Подставив в уравнение Больцмана (1) выражение (2), учтя цилиндрическую симметрию задачи и сохранив только линейные члены, Валет и Ферт получают линейризованное уравнение Больцмана, из которого затем получают транспортные уравнения в диффузном режиме, но только для коллинеарных структур.

$$v_z \frac{\partial g_s}{\partial z}(z, v) + \left[ \frac{1}{\tau_s} + \frac{1}{\tau_{sf}} \right] g_s(z, v) = \left[ v_z \frac{\partial \bar{\mu}_s}{\partial z}(z) + \frac{\bar{\mu}_s(z) - \bar{\mu}_{-s}(z)}{\tau_{sf}} \right] \quad (3)$$

Здесь  $\bar{\mu}_s(z) = \mu_s(z) - eV(z)$  – электрохимический потенциал, а времена релаксации  $\tau_s$  и  $\tau_{sf}$  связаны обратным образом с вероятностями  $P_s(z, \varepsilon(v))$  и  $P_{sf}(z, \varepsilon(v))$ .

По сути, спиновую аккумуляцию можно выразить через функцию распределения, как разность числа электронов со спином вверх и вниз. Спиновая аккумуляция  $m = m^{\text{ан}} + m^{\text{из}} = f^\uparrow - f^\downarrow$ . Причём анизотропная часть спиновой аккумуляции  $m^{\text{ан}}$  выражается через введённую ранее анизотропную часть функции распределения  $g_s(z, v)$  как  $m^{\text{ан}} = g_\uparrow - g_\downarrow$ . В свою очередь, изотропная часть спиновой аккумуляции выражается через разницу электрохимических потенциалов:  $m^{\text{из}} = \bar{\mu}_\uparrow - \bar{\mu}_\downarrow$ . Также вводится зарядовая аккумуляция  $n = n^{\text{ан}} + n^{\text{из}} = f^\uparrow + f^\downarrow$ , причём  $n^{\text{ан}} = g_\uparrow + g_\downarrow$ ,  $n^{\text{из}} = \bar{\mu}_\uparrow + \bar{\mu}_\downarrow$ .

Валет и Ферт получили макроскопические транспортные уравнения из уравнения Больцмана при условии, что  $\lambda_s \ll l_{sf}$ :

$$\begin{cases} \frac{e}{\sigma_s} \frac{\partial J_s}{\partial z} = \frac{\bar{\mu}_s - \bar{\mu}_{-s}}{l_s^2} \\ J_s = \frac{\sigma_s}{e} \frac{\partial \bar{\mu}_s}{\partial z} \end{cases} \quad (4)$$

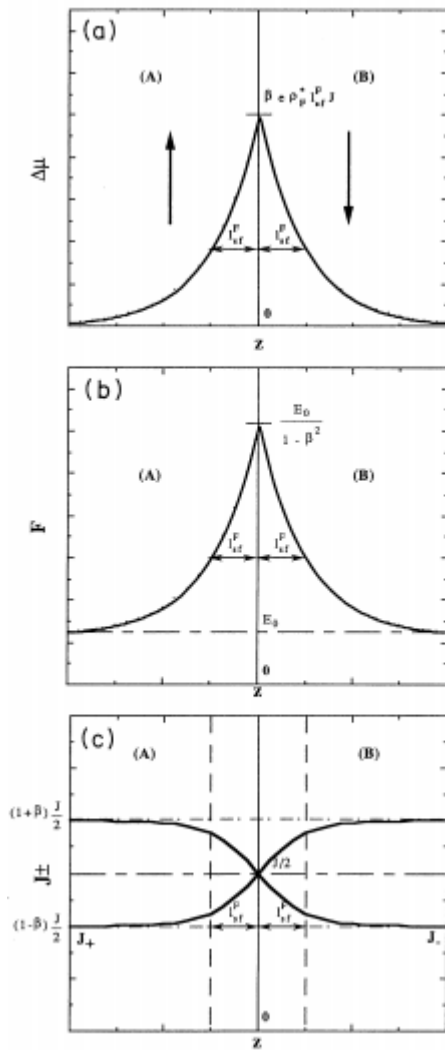
Здесь  $J_s$  – плотность электрического тока со спином  $s$ , а  $\sigma_s$  – проводимость электронов со спином  $s$ . Второе уравнение – это закон Ома, а первое означает, что спиновая аккумуляция, связанная со спин-поляризованным током, уравновешена переворотами спина.

Авторы работы [12] в рамках модели свободных электронов приводят следующее выражение для изотропной части спиновой аккумуляции:  $m^{\text{из}} = \Delta \bar{\mu} = \frac{4\mu_0 |\Delta M|}{3n\mu_B}$ . Здесь  $\Delta M$  – неравновесная намагниченность, а  $n$  – это электронная плотность. Из системы (4) получается следующее дифференциальное уравнение для  $\Delta \bar{\mu}$ :

$$\frac{\partial^2 \Delta \bar{\mu}}{\partial z^2} = \frac{\Delta \bar{\mu}}{l_{sf}^2} \quad (5)$$

Уравнение (5) по своему виду есть не что иное, как уравнение диффузии, общее решение которого известно из математической физики:

$$\Delta \bar{\mu} = A e^{\frac{z}{l_{sf}}} + B e^{-\frac{z}{l_{sf}}} \quad (6)$$



Далее они рассматривают простой случай с нулевым сопротивлением границы, разделяющей два полубесконечных ферромагнитных металла с противоположными направлениями намагниченности (рис. 5). Получается экспоненциальная зависимость  $\Delta\bar{\mu}(z)$ , при этом граница находится в  $z=0$ , то есть значение изотропной спиновой аккумуляции меняется при удалении от границы раздела ферромагнитных слоёв следующим образом:

$$\Delta\bar{\mu}(z) = \frac{\beta}{1-\beta^2} e E_0 l_{sf} e^{\frac{z}{l_{sf}}} \quad (7)$$

В этом выражении  $\beta$  – это объёмный коэффициент спиновой асимметрии в ферромагнетике, а  $E_0 = (1 - \beta^2)\rho J$  – невозмущённое электрическое поле.

Рисунок 5. Зависимости (a) химического потенциала  $\Delta\mu$ , (b) электрического поля  $F$  и (c) плотностей тока  $J_+$  and  $J_-$  от  $z$  в случае изолированной границы, разделяющей два полубесконечных ферромагнитных металла с противоположными направлениями намагниченности [12].

Таким образом, Валет и Ферт получили, что в диффузном режиме (то есть когда спин-диффузионная длина  $l_{sf}$  гораздо больше длины свободного пробега  $\lambda_s$ ) спиновая аккумуляция в многослойных структурах с коллинеарными намагниченностями слоёв будет изменяться как  $e^{\frac{z}{l_{sf}}}$ .

### 1.3. Спиновый транспорт в неколлинеарных многослойных магнитных структурах в геометрии «ток перпендикулярен плоскости»

Позднее Джанг, Леви и Ферг в своей работе [17] распространили полученные Валетом и Фертом уравнения транспорта на структуры с неколлинеарными намагниченностями. Сделали они это путём формального введения члена в форме Ландау-Лифшица, который описывает взаимодействие внутреннего поля, создаваемого локальным магнитным моментом, с магнитными моментами электронов проводимости, причём ввели они этот член уже в транспортные уравнения. Спиновую аккумуляцию  $m$  при этом удобно представить как суперпозицию двух составляющих: продольной и перпендикулярной по отношению к локальному моменту. При этом перпендикулярная составляющая связана с эффектом спинового торка.

Джанг, Леви и Ферг показывают, что в случае, когда спиновая аккумуляция неколлинеарна по отношению к магнитному моменту, выражение для неё будет также иметь экспоненциальную зависимость, однако её перпендикулярные составляющие будут иметь более сложный, в том числе комплексный показатель экспоненты.

Показывается, что обменное взаимодействие между локальными моментами и спиновой аккумуляцией электронов проводимости приводит к появлению двух дополнительных членов в уравнении Ландау-Лифшица-Гильберта: эффективного поля и спин-торка. Оба члена пропорциональны поперечной спиновой аккумуляции и имеют сопоставимые величины.

Джанг, Леви и Ферг рассматривают, по сути, ту же модель, что и предыдущие авторы: многослойную структуру из ферромагнитных и слабомагнитных слоёв в геометрии «ток перпендикулярен плоскости». Ток течёт вдоль оси  $x$ . Авторы статьи вводят выражения для квадратных матриц тока  $\hat{J}$ , проводимости  $\hat{C}$ , константы диффузии  $\hat{D}$  и аккумуляции  $\hat{n}$  в форме спиноров:

$$\hat{J}(x) = \hat{C}E(x) - \hat{D}\frac{\partial\hat{n}}{\partial x}, \quad \hat{C} = C_0\hat{I} + \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{C},$$

$$\hat{D} = D_0\hat{I} + \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{D}, \quad \hat{n} = n_0\hat{I} + \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{m} \quad (8)$$

Здесь  $2n_0$  – зарядовая аккумуляция, а  $\mathbf{m}$  – спиновая аккумуляция. Первое из четырёх уравнений описывает линейное воздействие электрического поля на ток. Далее, если подставить остальные уравнения в первое и рассчитать электрический ток  $j_e$  и ток намагничивания  $\mathbf{j}_m$ , то, с учётом  $\mu_B = e = 1$ , для них получатся следующие выражения:

$$\mathbf{j}_m = \mathbf{Re} \left( \text{Tr}(\boldsymbol{\sigma}\hat{J}) \right) = 2\mathbf{C}E(x) - 2\mathbf{D}\frac{\partial n_0}{\partial x} - 2D_0\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial x} \quad (9)$$

$$j_e = \mathbf{Re} \left( \text{Tr}(\hat{J}) \right) = 2C_0E(x) - 2D_0\frac{\partial n_0}{\partial x} - 2\mathbf{D}\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial x} \quad (10)$$

Вводятся параметры спиновой поляризации  $\beta$  и  $\beta'$ , связывающих разные величины как  $\mathbf{C} = \beta C_0\mathbf{M}_d$  и  $\mathbf{D} = \beta'D_0\mathbf{M}_d$ , где  $\mathbf{M}_d$  – это единичный вектор, показывающий направление локальной намагниченности. Путём подстановки этих выражений в (9) и (10), а также устранения электрического поля и зарядовой плотности, авторы работы получают уравнения движения вектора спиновой аккумуляции  $\vec{m}$  и единичного вектора  $\vec{M}_d$ :

$$\frac{1}{2D_0}\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t} = \frac{\partial^2 \mathbf{m}}{\partial x^2} - \beta\beta'\mathbf{M}_d \left( \mathbf{M}_d \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{m}}{\partial x^2} \right) - \frac{\mathbf{m}}{\lambda_{sf}^2} - \frac{\mathbf{m} \times \mathbf{M}_d}{\lambda_J^2} \quad (11)$$

$$\frac{d\mathbf{M}_d}{dt} = -\gamma_0\mathbf{M}_d \times (\mathbf{H}_e + \mathbf{j}_m) + \alpha\mathbf{M}_d \times \frac{d\mathbf{M}_d}{dt} \quad (12)$$

Здесь  $\lambda_{sf} = \sqrt{2D_0\tau_{sf}}$ ,  $\lambda_J = \sqrt{\frac{2\hbar D_0}{J}}$ ,  $\gamma_0$  – гиромагнитное отношение,  $J$  – интеграл обменного взаимодействия,  $\mathbf{H}_e$  – магнитное поле, в котором есть вклад от внешнего поля, анизотропного и магнитостатического поля, а дополнительное эффективное поле  $\mathbf{j}_m$  возникает благодаря связи между локальным моментом и спиновой аккумуляцией.

Для того, чтобы определить вектор спиновой аккумуляции и вектор намагниченности, необходимо одновременно решить уравнения (11) и (12). Однако временные масштабы для этих двух величин различны: для спиновой аккумуляции характерное время релаксации составляет наносекунды, так как определяется величинами  $\tau_{sf}$  и  $\frac{\hbar}{J}$ , а для намагниченности характерное время релаксации составляет пикосекунды, так как определяется гиромагнитным отношением. Поэтому система из двух уравнений распадается на два отдельных уравнения: сначала решается уравнение (11) при фиксированной намагниченности. Получив выражение для вектора спиновой аккумуляции, можно приступить к решению уравнения (12) для изменяющейся намагниченности.

Поскольку при введении полевого члена спиновая аккумуляция уже не является коллинеарной по отношению к магнитному моменту, то в уравнении (11) спиновая аккумуляция разделяется на продольную (параллельную локальному моменту) и поперечную (перпендикулярную локальному моменту). Теперь уравнение (11) можно переписать в виде системы:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 m_{||}}{\partial x^2} - \frac{m_{||}}{(\lambda_{sdl})^2} = 0 \\ \frac{\partial^2 m_{\perp}}{\partial x^2} - \frac{m_{\perp}}{(\lambda_{sf})^2} - \frac{m_{\perp} \times M_d}{(\lambda_J)^2} = 0 \end{cases} \quad (13)$$

Здесь  $\lambda_{sdl} = \sqrt{1 - \beta\beta'} \lambda_{sf}$ . Длина экспоненциального затухания  $\lambda_{sdl} > \lambda_J$ , то есть продольная спиновая аккумуляция убывает с расстоянием быстрее. Также из уравнения (12) видно, что продольная спиновая аккумуляция никак не влияет на локальный момент, то есть можно переписать это уравнение исключительно через  $m_{\perp}$ :

$$\frac{dM_d}{dt} = -\gamma_0 M_d \times (H_e + J m_{\perp}) + \alpha M_d \times \frac{dM_d}{dt} \quad (14)$$



Из системы (9) Джанг, Леви и Ферт получают следующие выражения для компонент спиновой аккумуляции:

$$m_z(x) = G_1 e^{-\frac{x}{\lambda_{sd}l}} \quad (15)$$

$$m_x(x) = G_2 e^{-\frac{x}{l_+}} + G_3 e^{-\frac{x}{l_-}} \quad (16)$$

$$m_y(x) = -iG_2 e^{-\frac{x}{l_+}} + iG_3 e^{-\frac{x}{l_-}} \quad (17)$$

Здесь  $(l_{\mp})^{-1} = \sqrt{\frac{1}{(\lambda_{sf})^2} \pm \frac{i}{(\lambda_j)^2}}$ , а выражения для констант  $G_1, G_2$  и  $G_3$

приведены авторами в работе [17].

Можно заметить, что зависимость продольной составляющей спиновой аккумуляции довольно простая и представляет собой результат Валета и Ферта. Тем не менее, для поперечной спиновой аккумуляции экспоненциальная зависимость становится комплексной и более сложной.

Помимо работы Джанга, Леви и Ферта стоит также отметить работу [18]. Её авторы утверждают, что, помимо известных из ранее рассмотренных работ характерных длин: спин-диффузионной  $l_{sf}$ , длины свободного пробега  $\lambda_s$  и длины спиновой прецессии  $l_L$  – важную роль в пространственном распределении спиновой аккумуляции, а также в эффекте переноса спина (спинового торка) играет ещё одна характерная длина  $l_{\square}$ , которую они называют длиной спиновой когерентности. Согласно данным, полученным авторами данной статьи, показатель экспоненты, определяющий распределение спиновой аккумуляции, будет иметь вид:

$$\frac{1}{l} = \sqrt{\left(\frac{1}{l_{\uparrow}} + \frac{1}{l_{\downarrow}} + \frac{1}{l_{\square}} - \frac{i}{l_L}\right) \left(\frac{1}{\left(\frac{1}{l_{\uparrow}} + \frac{1}{l_{\downarrow}}\right)(l_{sf})^2} + \frac{1}{l_{\square}} - \frac{i}{l_L}\right)} \quad (18)$$

Здесь  $l_{\uparrow}$  и  $l_{\downarrow}$  – длины свободного пробега для электронов с параллельным и антипараллельным направлением проекции спина по

отношению к намагниченности ферромагнитного слоя,  $l_{sf}$  – спин-диффузионная длина,  $l_{\square}$  – длина спиновой когерентности,  $l_L$  – длина спиновой прецессии. Длина спиновой прецессии  $l_L$  имеет, с одной стороны, тот же смысл, что и длина  $\lambda_J$ , введённая Джангом и др., но, с другой стороны, отличную от  $\lambda_J$  природу возникновения.

Стоит отметить, что при  $\lambda_{sf} \gg \lambda_J$  из выражения  $(l_{\mp})^{-1} = \sqrt{\frac{1}{(\lambda_{sf})^2} \pm \frac{i}{(\lambda_J)^2}}$  следует, что мнимая и действительная части показателя экспоненты примерно равны, а это значит, что спиновая аккумуляция прецессирует и затухает в масштабах одной и той же длины, что не может быть верным. Авторы работы [18] также отмечают, что результат из работы [17] не вполне корректный, и приводят для показателя экспоненты выражение (18), из которого видно, что есть две разные шкалы длины для затухания и прецессии. Несмотря на то, что в работе показано то, как из первых принципов можно количественно оценить величину  $l_{\square}$ , явное выражение для данной длины не приводится.

## 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Цель настоящей работы заключается в рассмотрении спинового транспорта многослойных магнитных структур с неколлинеарной конфигурацией намагниченностей. В частности, предлагается в явном виде получить то, как будет меняться пространственное распределение спиновой аккумуляции в таких структурах, и сравнить результат с тем, что было получено ранее в работах [12, 17, 18]. Таким образом, предлагается очередной подход к обобщению теории Валета-Ферта [12]. В работе [17] член в форме Ландау-Лифшица, который описывает взаимодействие эффективного локального магнитного поля с магнитными моментами электронов

проводимости, вводится в уравнение диффузии спиновой аккумуляции. В настоящей работе данное взаимодействие предлагается учесть непосредственно в кинетическом уравнении Больцмана, из которого исходили Валет и Ферт при рассмотрении многослойных структур с коллинеарной намагниченностью в геометрии «ток перпендикулярен плоскости». В качестве конечного результата будет определён комплексный показатель экспоненты  $q$ , который показывает пространственное изменение спиновой аккумуляции, пропорциональное  $e^{qz}$ . Явный вид действительной и мнимой частей  $q$  позволит установить отличия и сходства с результатами, полученными в работах [12, 17, 18], и сделать выводы об успешности того или иного подхода.

### 3. АНАЛИТИЧЕСКИЙ РАСЧЁТ

Для расчётов будет использовано линеаризованное уравнение Больцмана (3). Запишем отдельно уравнения для спина «вверх» ( $\uparrow$ ) и «вниз» ( $\downarrow$ ), где  $\uparrow$  и  $\downarrow$  обозначают, соответственно, параллельное и антипараллельное направление проекции спина по отношению к намагниченности ферромагнитного слоя:

$$v_z \frac{\partial g_{\uparrow}}{\partial z}(z, v) + \left[ \frac{1}{\tau_{\uparrow}} + \frac{1}{\tau_{sf}} \right] g_{\uparrow}(z, v) = \left[ v_z \frac{\partial \bar{\mu}_{\uparrow}}{\partial z}(z) + \frac{\bar{\mu}_{\uparrow}(z) - \bar{\mu}_{\downarrow}(z)}{\tau_{sf}} \right] \quad (19)$$

$$v_z \frac{\partial g_{\downarrow}}{\partial z}(z, v) + \left[ \frac{1}{\tau_{\downarrow}} + \frac{1}{\tau_{sf}} \right] g_{\downarrow}(z, v) = \left[ v_z \frac{\partial \bar{\mu}_{\downarrow}}{\partial z}(z) + \frac{\bar{\mu}_{\downarrow}(z) - \bar{\mu}_{\uparrow}(z)}{\tau_{sf}} \right] \quad (20)$$

Учитывая, что  $m^{\text{ан}} = g_{\uparrow} - g_{\downarrow}$ ,  $m^{\text{из}} = \bar{\mu}_{\uparrow} - \bar{\mu}_{\downarrow}$ ,  $n^{\text{ан}} = g_{\uparrow} + g_{\downarrow}$ ,  $n^{\text{из}} = \bar{\mu}_{\uparrow} + \bar{\mu}_{\downarrow}$ ,  
 $g_{\uparrow} = \frac{n^{\text{ан}} + m^{\text{ан}}}{2}$ ,  $g_{\downarrow} = \frac{n^{\text{ан}} - m^{\text{ан}}}{2}$ , сложим эти два уравнения и вычтем одно из другого, получив систему:

$$\left\{ \begin{array}{l} v_z \frac{\partial n^{\text{ан}}}{\partial z} + \frac{n^{\text{ан}}}{\tau_{sf}} + \frac{n^{\text{ан}} + m^{\text{ан}}}{2\tau_{\uparrow}} + \frac{n^{\text{ан}} - m^{\text{ан}}}{2\tau_{\downarrow}} = v_z \frac{\partial n^{\text{из}}}{\partial z} \\ v_z \frac{\partial m^{\text{ан}}}{\partial z} + \frac{m^{\text{ан}}}{\tau_{sf}} + \frac{n^{\text{ан}} + m^{\text{ан}}}{2\tau_{\uparrow}} - \frac{n^{\text{ан}} - m^{\text{ан}}}{2\tau_{\downarrow}} = v_z \frac{\partial m^{\text{из}}}{\partial z} + \frac{2m^{\text{из}}}{\tau_{sf}} \end{array} \right. \quad (21)$$

Обратим внимание на то, что для ферромагнетика  $\tau_{\uparrow} \neq \tau_{\downarrow}$ . Сгруппируем слагаемые и введём обозначения:  $\frac{1}{\tau_{sf}} + \frac{1}{2\tau_{\uparrow}} + \frac{1}{2\tau_{\downarrow}} = \xi$ ,  $\frac{1}{2\tau_{\uparrow}} - \frac{1}{2\tau_{\downarrow}} = \eta$ . Далее введём член  $\gamma[\vec{H} \times (\vec{m}^{\text{ан}} - \vec{m}^{\text{из}})]$  во второе уравнение, при этом поле  $\vec{H}$  ориентировано вдоль оси  $x$ . Тогда получим:

$$\left\{ \begin{array}{l} \xi n^{\text{ан}} + \eta \vec{m}^{\text{ан}} + v_z \frac{\partial n^{\text{ан}}}{\partial z} = v_z \frac{\partial n^{\text{из}}}{\partial z} \\ \eta n^{\text{ан}} + \xi \vec{m}^{\text{ан}} + v_z \frac{\partial \vec{m}^{\text{ан}}}{\partial z} = v_z \frac{\partial \vec{m}^{\text{из}}}{\partial z} + \frac{2\vec{m}^{\text{из}}}{\tau_{sf}} - \gamma[\vec{H} \times (\vec{m}^{\text{ан}} - \vec{m}^{\text{из}})] \end{array} \right. \quad (22)$$

В модели наблюдается цилиндрическая симметрия относительно оси  $z$ , проходящей перпендикулярно границе раздела, поэтому анизотропную часть спиновой аккумуляции можно записать через полиномы Лежандра от косинуса  $\theta$ , где  $\theta$  – угол между скоростью электрона и осью  $z$ .

$$\vec{m}^{\text{ан}} = \sum_{n=1}^{\infty} \vec{m}_{(n)}^{\text{ан}*} P_n(\cos\theta) \quad (23)$$

Оставим только  $n=1$ , тогда  $\vec{m}^{\text{ан}} = \vec{m}_{(1)}^{\text{ан}*} \cos\theta$ , или, расписав  $\vec{m}_{(1)}^{\text{ан}*} (m_{(1)x}^{\text{ан}*}, m_{(1)y}^{\text{ан}*}, m_{(1)z}^{\text{ан}*})$  как  $\vec{m}_{(1)}^{\text{ан}*} = \vec{m}_{(1)}^{\text{ан}*} e^{qz}$ , получим:

$$\vec{m}^{\text{ан}} = \vec{m}_{(1)}^{\text{ан}*} \cos\theta e^{qz}, \quad (24)$$

где компоненты вектора  $\vec{m}_{(1)}^{\text{ан}*}$  – тоже некоторые функции от  $x$ ,  $y$ ,  $z$ .

Таким образом, получаем:

$$\begin{aligned} \vec{m}^{\text{ан}} &= \vec{m}_{(1)}^{\text{ан}*} \cos\theta e^{qz}, \quad \vec{m}^{\text{из}} = \vec{m}_{(1)}^{\text{из}*} e^{qz}, \\ n^{\text{ан}} &= n_0^{\text{ан}} \cos\theta e^{qz}, \quad n^{\text{из}} = n_0^{\text{из}} e^{qz} \end{aligned} \quad (25)$$

Следовательно,

$$\frac{\partial \overline{m}^{\text{aH}}}{\partial z} = q \overline{m}_{(1)}^{\text{aH}} \cos \theta e^{qz}, \quad \frac{\partial \overline{m}^{\text{иЗ}}}{\partial z} = q \overline{m}_{(1)}^{\text{иЗ}} e^{qz},$$

$$\frac{\partial n^{\text{aH}}}{\partial z} = q n_0^{\text{aH}} \cos \theta e^{qz}, \quad \frac{\partial n^{\text{иЗ}}}{\partial z} = q n_0^{\text{иЗ}} e^{qz}. \quad (26)$$

Также учтём, что  $v_z = v_f \cos \theta$  и  $\vec{H}(H, 0, 0)$ . Подставив выражения (25)-(26) в систему (22) и спроецировав уравнения на оси  $x$ ,  $y$  и  $z$ , получим:

$$\left\{ \begin{array}{l} \xi n_0^{\text{aH}} + \eta m_{(1)x}^{\text{aH}} + q v_f \cos \theta n_0^{\text{aH}} = q v_f n_0^{\text{иЗ}} \\ \eta n_0^{\text{aH}} \cos \theta + \xi m_{(1)x}^{\text{aH}} \cos \theta + q v_f \cos^2 \theta m_{(1)x}^{\text{aH}} = q v_f \cos \theta m_{(1)x}^{\text{иЗ}} + \frac{2m_{(1)x}^{\text{иЗ}}}{\tau_{sf}} \\ \eta n_0^{\text{aH}} \cos \theta + \xi m_{(1)y}^{\text{aH}} \cos \theta + q v_f \cos^2 \theta m_{(1)y}^{\text{aH}} = q v_f \cos \theta m_{(1)y}^{\text{иЗ}} + \frac{2m_{(1)y}^{\text{иЗ}}}{\tau_{sf}} + \gamma H (m_{(1)z}^{\text{aH}} \cos \theta - m_{(1)z}^{\text{иЗ}}) \\ \eta n_0^{\text{aH}} \cos \theta + \xi m_{(1)z}^{\text{aH}} \cos \theta + q v_f \cos^2 \theta m_{(1)z}^{\text{aH}} = q v_f \cos \theta m_{(1)z}^{\text{иЗ}} + \frac{2m_{(1)z}^{\text{иЗ}}}{\tau_{sf}} + \gamma H (m_{(1)y}^{\text{иЗ}} - m_{(1)y}^{\text{aH}} \cos \theta) \end{array} \right. \quad (27)$$

Далее проведём процедуру разложения системы по полиномам Лежандра, как это сделали Валет и Ферт, однако мы ограничимся лишь двумя полиномами, в отличие от Валета и Ферта, где разложение шло по полной системе полиномов до  $n$ -го порядка включительно. Для этого умножим каждое уравнение с обеих сторон поочерёдно на полиномы Лежандра  $P_0(\cos \theta)$  и  $P_1(\cos \theta)$ , а затем проинтегрируем в пределах от  $-1$  до  $1$  по  $\cos \theta$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} \xi n_0^{\text{aH}} + \eta m_{(1)x}^{\text{aH}} = q v_f n_0^{\text{иЗ}} \\ \frac{1}{3} q v_f m_{(1)x}^{\text{aH}} = \frac{2m_{(1)x}^{\text{иЗ}}}{\tau_{sf}} \\ \frac{1}{3} q v_f m_{(1)y}^{\text{aH}} = \frac{2m_{(1)y}^{\text{иЗ}}}{\tau_{sf}} - \gamma H m_{(1)z}^{\text{иЗ}} \\ \frac{1}{3} q v_f m_{(1)z}^{\text{aH}} = \frac{2m_{(1)z}^{\text{иЗ}}}{\tau_{sf}} + \gamma H m_{(1)y}^{\text{иЗ}} \\ q v_f n_0^{\text{aH}} = 0 \\ \eta n_0^{\text{aH}} + \xi m_{(1)x}^{\text{aH}} = q v_f m_{(1)x}^{\text{иЗ}} \\ \eta n_0^{\text{aH}} + \xi m_{(1)y}^{\text{aH}} = q v_f m_{(1)y}^{\text{иЗ}} + \gamma H m_{(1)z}^{\text{aH}} \\ \eta n_0^{\text{aH}} + \xi m_{(1)z}^{\text{aH}} = q v_f m_{(1)z}^{\text{иЗ}} - \gamma H m_{(1)y}^{\text{aH}} \end{array} \right. \quad (28)$$

Выразим анизотропные компоненты через изотропные:

$$m_{(1)x}^{\text{ан}} = \frac{6m_{(1)x}^{\text{из}}}{qv_f\tau_{sf}}$$

$$m_{(1)y}^{\text{ан}} = \frac{6m_{(1)y}^{\text{из}} - 3\gamma H\tau_{sf}m_{(1)z}^{\text{из}}}{qv_f\tau_{sf}}$$

$$m_{(1)z}^{\text{ан}} = \frac{6m_{(1)z}^{\text{из}} + 3\gamma H\tau_{sf}m_{(1)y}^{\text{из}}}{qv_f\tau_{sf}}$$

$$n_0^{\text{ан}} = \frac{q^2v_f^2\tau_{sf}n_0^{\text{из}} - 6\eta m_{(1)x}^{\text{из}}}{qv_f\xi\tau_{sf}}$$

Подставив эти выражения в систему (28), получим новую систему:

$$\left\{ \begin{array}{l} [q^2v_f^2\tau_{sf}]n_0^{\text{из}} + [-6\eta]m_{(1)x}^{\text{из}} = 0 \\ \left[ \frac{qv_f\eta}{\xi} \right] n_0^{\text{из}} + \left[ \frac{6\xi}{qv_f\tau_{sf}} - \frac{6\eta^2}{qv_f\tau_{sf}\xi} - qv_f \right] m_{(1)x}^{\text{из}} = 0 \\ \left[ \frac{qv_f\eta}{\xi} \right] n_0^{\text{из}} + \left[ -\frac{6\eta^2}{qv_f\tau_{sf}\xi} \right] m_{(1)x}^{\text{из}} + \left[ \frac{6\xi}{qv_f\tau_{sf}} - qv_f - \frac{3\gamma^2H^2}{qv_f} \right] m_{(1)y}^{\text{из}} + \left[ -\frac{3\gamma H\xi}{qv_f} - \frac{6\gamma H}{qv_f\tau_{sf}} \right] m_{(1)z}^{\text{из}} = 0 \\ \left[ \frac{qv_f\eta}{\xi} \right] n_0^{\text{из}} + \left[ -\frac{6\eta^2}{qv_f\tau_{sf}\xi} \right] m_{(1)x}^{\text{из}} + \left[ \frac{3\gamma H\xi}{qv_f} + \frac{6\gamma H}{qv_f\tau_{sf}} \right] m_{(1)y}^{\text{из}} + \left[ \frac{6\xi}{qv_f\tau_{sf}} - qv_f - \frac{3\gamma^2H^2}{qv_f} \right] m_{(1)z}^{\text{из}} = 0 \end{array} \right. \quad (29)$$

Однородная система линейных уравнений, где число уравнений равно числу неизвестных, имеет ненулевое решение тогда и только тогда, когда определитель соответствующей матрицы равен нулю:

$$\begin{vmatrix}
q^2 v_f^2 \tau_{sf} & -6\eta & 0 & 0 \\
\frac{qv_f \eta}{\xi} & \frac{6\xi}{qv_f \tau_{sf}} - \frac{6\eta^2}{qv_f \tau_{sf} \xi} - qv_f & 0 & 0 \\
\frac{qv_f \eta}{\xi} & -\frac{6\eta^2}{qv_f \tau_{sf} \xi} & \frac{6\xi}{qv_f \tau_{sf}} - qv_f - \frac{3\gamma^2 H^2}{qv_f} & -\frac{3\gamma H \xi}{qv_f} - \frac{6\gamma H}{qv_f \tau_{sf}} \\
\frac{qv_f \eta}{\xi} & -\frac{6\eta^2}{qv_f \tau_{sf} \xi} & \frac{3\gamma H \xi}{qv_f} + \frac{6\gamma H}{qv_f \tau_{sf}} & \frac{6\xi}{qv_f \tau_{sf}} - qv_f - \frac{3\gamma^2 H^2}{qv_f}
\end{vmatrix} = 0$$

Запишем формулу для нахождения определителя такой системы через миноры:

$$\det A = a_1^1 \Delta_{1,1} - a_2^1 \Delta_{1,2} + a_3^1 \Delta_{1,3} - a_4^1 \Delta_{1,4}$$

Учитывая, что  $a_3^1 = a_4^1 = 0$ :

$$\begin{aligned}
\det A = & q^2 v_f^2 \tau_{sf} \left\{ \frac{6\xi^2 - 6\eta^2 - q^2 v_f^2 \tau_{sf} \xi}{qv_f \tau_{sf} \xi} \left[ \left( \frac{6\xi - q^2 v_f^2 \tau_{sf} - 3\gamma^2 H^2 \tau_{sf}}{qv_f \tau_{sf}} \right) \left( \frac{6\xi - q^2 v_f^2 \tau_{sf} - 3\gamma^2 H^2 \tau_{sf}}{qv_f \tau_{sf}} \right) + \right. \right. \\
& \left. \left( \frac{3\gamma H \xi}{qv_f} + \frac{6\gamma H}{qv_f \tau_{sf}} \right) \left( \frac{3\gamma H \xi}{qv_f} + \frac{6\gamma H}{qv_f \tau_{sf}} \right) \right\} + 6\eta \left\{ \frac{qv_f \eta}{\xi} \left[ \left( \frac{6\xi - q^2 v_f^2 \tau_{sf} - 3\gamma^2 H^2 \tau_{sf}}{qv_f \tau_{sf}} \right) \left( \frac{6\xi - q^2 v_f^2 \tau_{sf} - 3\gamma^2 H^2 \tau_{sf}}{qv_f \tau_{sf}} \right) + \right. \right. \\
& \left. \left. \left( \frac{3\gamma H \xi}{qv_f} + \frac{6\gamma H}{qv_f \tau_{sf}} \right) \left( \frac{3\gamma H \xi}{qv_f} + \frac{6\gamma H}{qv_f \tau_{sf}} \right) \right] \right\} = [6qv_f \xi - \\
& q^3 v_f^3 \tau_{sf}] \left( \left( \frac{6\xi - q^2 v_f^2 \tau_{sf} - 3\gamma^2 H^2 \tau_{sf}}{qv_f \tau_{sf}} \right) \left( \frac{6\xi - q^2 v_f^2 \tau_{sf} - 3\gamma^2 H^2 \tau_{sf}}{qv_f \tau_{sf}} \right) + \left( \frac{3\gamma H \xi}{qv_f} + \frac{6\gamma H}{qv_f \tau_{sf}} \right) \left( \frac{3\gamma H \xi}{qv_f} + \frac{6\gamma H}{qv_f \tau_{sf}} \right) \right) = 0
\end{aligned}$$

Или первая, или вторая скобка равна нулю. Ответы  $q = 0$  и  $q = \sqrt{\frac{6\xi}{v_f^2 \tau_{sf}}}$  нас не интересуют, однако стоит отметить, что второй ответ является результатом, полученным ранее Валетом и Фертом. Данное значение  $q$  будет являться показателем затухания продольной составляющей спиновой аккумуляции, как в формуле (7). Приравняем вторую скобку к нулю и сгруппируем слагаемые, чтобы получить биквадратное уравнение относительно  $q^2$ :

$$q^4 [v_f^4 \tau_{sf}^2] + q^2 [6\gamma^2 H^2 v_f^2 \tau_{sf}^2 - 12v_f^2 \xi \tau_{sf}] + [36\xi^2 + 9\gamma^4 H^4 \tau_{sf}^2 + 9\gamma^2 H^2 \xi^2 \tau_{sf}^2 + 36\gamma^2 H^2] = 0$$

Тогда дискриминант  $D$  равен:

$$D = (3\gamma^2 H^2 v_f^2 \tau_{sf}^2 - 6v_f^2 \xi \tau_{sf})^2 - v_f^4 \tau_{sf}^2 \left[ 36\xi^2 + 9\gamma^4 H^4 \tau_{sf}^2 + 9\gamma^2 H^2 \xi^2 \tau_{sf}^2 + 36\gamma^2 H^2 \right] = \dots = -(3\gamma H v_f^2 \tau_{sf})^2 (\xi \tau_{sf} + 2)^2$$

Видно, что дискриминант меньше нуля, а это значит, что  $q^2$  – величина комплексная:

$$[q^2]_{1,2} = \left[ \frac{6\xi}{v_f^2 \tau_{sf}} - \frac{3\gamma^2 H^2}{v_f^2} \right] \pm i \left[ \frac{3\gamma H \xi}{v_f^2} + \frac{6\gamma H}{v_f^2 \tau_{sf}} \right] \quad (30)$$

Для поиска  $q$  введём его действительную и мнимую части (соответственно,  $a$  и  $b$ ):  $q = a + ib$ . Тогда  $q^2 = a^2 + 2iab - b^2$ . Запишем систему для поиска  $a$  и  $b$ :

$$\begin{cases} a^2 - b^2 = \frac{6\xi}{v_f^2 \tau_{sf}} - \frac{3\gamma^2 H^2}{v_f^2} \\ 2ab = \frac{3\gamma H \xi}{v_f^2} + \frac{6\gamma H}{v_f^2 \tau_{sf}} \end{cases} \quad (31)$$

Из второго уравнения следует, что  $b = \frac{3\gamma H}{v_f^2 a} \left( \frac{\xi}{2} + \frac{1}{\tau_{sf}} \right)$ . Подставим это выражение в первое уравнение и, умножив его с обеих сторон на  $a^2$ , получим биквадратное уравнение относительно  $a^2$ :

$$a^4 + \left( \frac{3\gamma^2 H^2}{v_f^2} - \frac{6\xi}{v_f^2 \tau_{sf}} \right) a^2 + \left( -\frac{9\gamma^2 H^2}{v_f^4} \right) \left( \frac{\xi^2}{4} + \frac{\xi}{\tau_{sf}} + \frac{1}{\tau_{sf}^2} \right) = 0 \quad (32)$$

Дискриминант  $D = \frac{9\xi^2}{v_f^4} \left( \gamma^2 H^2 + \frac{4\gamma^2 H^2}{\xi^2 \tau_{sf}^2} + \frac{\gamma^4 H^4}{\xi^2} + \frac{4}{\tau_{sf}^2} \right)$ . Получаем результат:

$$a^2(H) = \frac{1}{2D_n} \left[ -\frac{\gamma^2 H^2}{\xi} + \frac{2}{\tau_{sf}} + \sqrt{\gamma^2 H^2 + \frac{4}{\tau_{sf}^2} + \frac{4\gamma^2 H^2}{\xi^2 \tau_{sf}^2} + \frac{\gamma^4 H^4}{\xi^2}} \right] \quad (33)$$



$$b^2(H) = \frac{\left(1 + \frac{2}{\xi\tau_{sf}}\right)^2 (\gamma H)^2}{2D_n \left( -\frac{\gamma^2 H^2}{\xi} + \frac{2}{\tau_{sf}} + \sqrt{\gamma^2 H^2 + \frac{4}{\tau_{sf}^2} + \frac{4\gamma^2 H^2}{\xi^2 \tau_{sf}^2} + \frac{\gamma^4 H^4}{\xi^2}} \right)} \quad (34)$$

Здесь  $\xi = \frac{1}{\tau_{sf}} + \frac{1}{2\tau_{\uparrow}} + \frac{1}{2\tau_{\downarrow}}$ ,  $D_n = \frac{v_f^2}{3\xi}$  – коэффициент диффузии.

#### 4. РЕЗУЛЬТАТЫ

Взяв корень из выражений (33) и (34), получаем окончательные результаты для построения зависимостей  $a(H)$  и  $b(H)$ :

$$a(H) = \sqrt{\frac{1}{2D_n} \left[ -\frac{\gamma^2 H^2}{\xi} + \frac{2}{\tau_{sf}} + \sqrt{\gamma^2 H^2 + \frac{4}{\tau_{sf}^2} + \frac{4\gamma^2 H^2}{\xi^2 \tau_{sf}^2} + \frac{\gamma^4 H^4}{\xi^2}} \right]} \quad (35)$$

$$b(H) = \frac{\left(1 + \frac{2}{\xi\tau_{sf}}\right) \gamma H}{\sqrt{2D_n \left( -\frac{\gamma^2 H^2}{\xi} + \frac{2}{\tau_{sf}} + \sqrt{\gamma^2 H^2 + \frac{4}{\tau_{sf}^2} + \frac{4\gamma^2 H^2}{\xi^2 \tau_{sf}^2} + \frac{\gamma^4 H^4}{\xi^2}} \right)}} \quad (36)$$

Рассмотрим предельное поведение зависимостей  $a(H)$  и  $b(H)$  при малых полях, то есть когда  $\gamma H \rightarrow 0$ . Для этого обозначим  $(\gamma H)^2 \equiv x$  и разложим в ряд Маклорена по малому параметру  $x$  следующую функцию:

$$f(x) = \frac{1}{2D_n} \left[ -\frac{x}{\xi} + \frac{2}{\tau_{sf}} + \sqrt{x + \frac{4}{\tau_{sf}^2} + \frac{4x}{\xi^2 \tau_{sf}^2} + \frac{x^2}{\xi^2}} \right]$$

Оставим только первые два члена в разложении:

$$f(0) = \frac{2}{2D_n \tau_{sf}} + \frac{1}{2D_n} \sqrt{\frac{4}{\tau_{sf}^2}} = \frac{2}{D_n \tau_{sf}}$$

$$f'(x) = -\frac{1}{2D_n\xi} + \frac{1}{2D_n} \frac{1 + \frac{4}{\xi^2\tau_{sf}^2} + \frac{2x}{\xi^2}}{2\sqrt{x + \frac{4}{\tau_{sf}^2} + \frac{4x}{\xi^2\tau_{sf}^2} + \frac{x^2}{\xi^2}}} \Big|_{x=0} =$$

$$= \frac{1}{2D_n} \left[ \frac{1 + \frac{4}{\xi^2\tau_{sf}^2} - \frac{4}{\xi\tau_{sf}}}{\frac{4}{\tau_{sf}}} \right] = \frac{1}{2D_n} \frac{\left(\frac{2}{\xi\tau_{sf}} - 1\right)^2}{\frac{4}{\tau_{sf}}}$$

Следовательно,

$$a(\gamma H \rightarrow 0) = \sqrt{f(x)} \approx \sqrt{f(0) + \frac{f'(0)}{1!}(x)} =$$

$$= \sqrt{\frac{2}{D_n\tau_{sf}} + \frac{1}{2D_n} \frac{\left(\frac{2}{\xi\tau_{sf}} - 1\right)^2}{\frac{4}{\tau_{sf}}} (\gamma H)^2}$$

$$a(H = 0) = \sqrt{\frac{2}{D_n\tau_{sf}}}$$

Выражение для  $b(H)$  раскладывается аналогичным образом:

$$b(\gamma H \rightarrow 0) \approx \sqrt{\frac{\tau_{sf}}{32D_n} \left[ \frac{8}{\xi\tau_{sf}} + 1 \right]} (\gamma H)$$

$$b(H = 0) = 0$$

Теперь рассмотрим предельное поведение  $a(H)$  и  $b(H)$  при  $\gamma H \rightarrow \infty$ .  
Для этого вынесем  $\gamma H$  и преобразуем выражения:

$$a(H) = \sqrt{\frac{1}{2D_n} \left[ -\frac{\gamma^2 H^2}{\xi} + \frac{2}{\tau_{sf}} + (\gamma H)^2 \sqrt{\frac{1}{(\gamma H)^2} + \frac{4}{\tau_{sf}^2(\gamma H)^4} + \frac{4}{\xi^2\tau_{sf}^2(\gamma H)^2} + \frac{1}{\xi^2}} \right]}$$

$$b(H) = \frac{\left(1 + \frac{2}{\xi \tau_{sf}}\right) \gamma H}{\sqrt{2D_n \left( -\frac{\gamma^2 H^2}{\xi} + \frac{2}{\tau_{sf}} + (\gamma H)^2 \sqrt{\frac{1}{(\gamma H)^2} + \frac{4}{\tau_{sf}^2 (\gamma H)^4} + \frac{4}{\xi^2 \tau_{sf}^2 (\gamma H)^2} + \frac{1}{\xi^2}} \right)}}$$

Затем разложим  $\sqrt{\frac{1}{(\gamma H)^2} + \frac{4}{\tau_{sf}^2 (\gamma H)^4} + \frac{4}{\xi^2 \tau_{sf}^2 (\gamma H)^2} + \frac{1}{\xi^2}}$  в ряд Маклорена по малому параметру  $\frac{1}{(\gamma H)^2} \rightarrow 0$ .  $f\left(\frac{1}{(\gamma H)^2}\right) = f(y) = \sqrt{y + \frac{4y^2}{\tau_{sf}^2} + \frac{4y}{\xi^2 \tau_{sf}^2} + \frac{1}{\xi^2}}$ .

Оставим только два первых члена в разложении:

$$f(y) \approx f(0) + \frac{f'(0)}{1!} (\gamma H)$$

$$f(0) = \frac{1}{\xi}$$

$$f'(0) = \frac{\frac{1}{2} + \frac{4y}{\tau_{sf}^2} + \frac{2}{\xi^2 \tau_{sf}^2}}{\sqrt{y + \frac{4y^2}{\tau_{sf}^2} + \frac{4y}{\xi^2 \tau_{sf}^2} + \frac{1}{\xi^2}}}\bigg|_{y=0} = \frac{\xi}{2} + \frac{2}{\xi \tau_{sf}^2}$$

То есть  $f\left(\frac{1}{(\gamma H)^2}\right) = \frac{1}{\xi} + \left(\frac{\xi}{2} + \frac{2}{\xi \tau_{sf}^2}\right) \left(\frac{1}{(\gamma H)^2}\right)$ . Следовательно, при  $\gamma H \rightarrow \infty$ :

$$a(\infty) \approx \sqrt{\frac{1}{2D_n} \left[ \frac{2}{\tau_{sf}} + \frac{\xi}{2} + \frac{2}{\xi \tau_{sf}^2} \right]}$$

$$b(\infty) \approx \frac{\left(1 + \frac{2}{\xi \tau_{sf}}\right) (\gamma H)}{\sqrt{2D_n \left( \frac{2}{\tau_{sf}} + \frac{\xi}{2} + \frac{2}{\xi \tau_{sf}^2} \right)}}$$

Подставим  $\xi = \frac{1}{\tau_{sf}} + \frac{1}{2\tau_{\uparrow}} + \frac{1}{2\tau_{\downarrow}}$ ,  $D_n = \frac{v_f^2}{3\xi} = \frac{v_f^2}{3\left(\frac{1}{\tau_{sf}} + \frac{1}{2\tau_{\uparrow}} + \frac{1}{2\tau_{\downarrow}}\right)}$  и получим

следующие асимптотики для  $a(H)$  и  $b(H)$ :

$$\text{При } \gamma H \rightarrow 0 \quad a \rightarrow \sqrt{\frac{2}{D_n \tau_{sf}}} \equiv \sqrt{\frac{6 \left( \frac{1}{\tau_{sf}} + \frac{1}{2\tau_{\uparrow}} + \frac{1}{2\tau_{\downarrow}} \right)}{v_f^2 \tau_{sf}}} \quad (37)$$

$$\text{При } \gamma H \rightarrow 0 \quad b \rightarrow 0 \quad (38)$$

$$\text{При } \gamma H \rightarrow \infty \quad a \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{v_f} \left( \frac{3}{2\tau_{sf}} + \frac{1}{4\tau_{\uparrow}} + \frac{1}{4\tau_{\downarrow}} \right) \quad (39)$$

$$\text{При } \gamma H \rightarrow \infty \quad b \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{v_f} (\gamma H) \quad (40)$$

Графически полученные результаты будут иметь следующий вид:

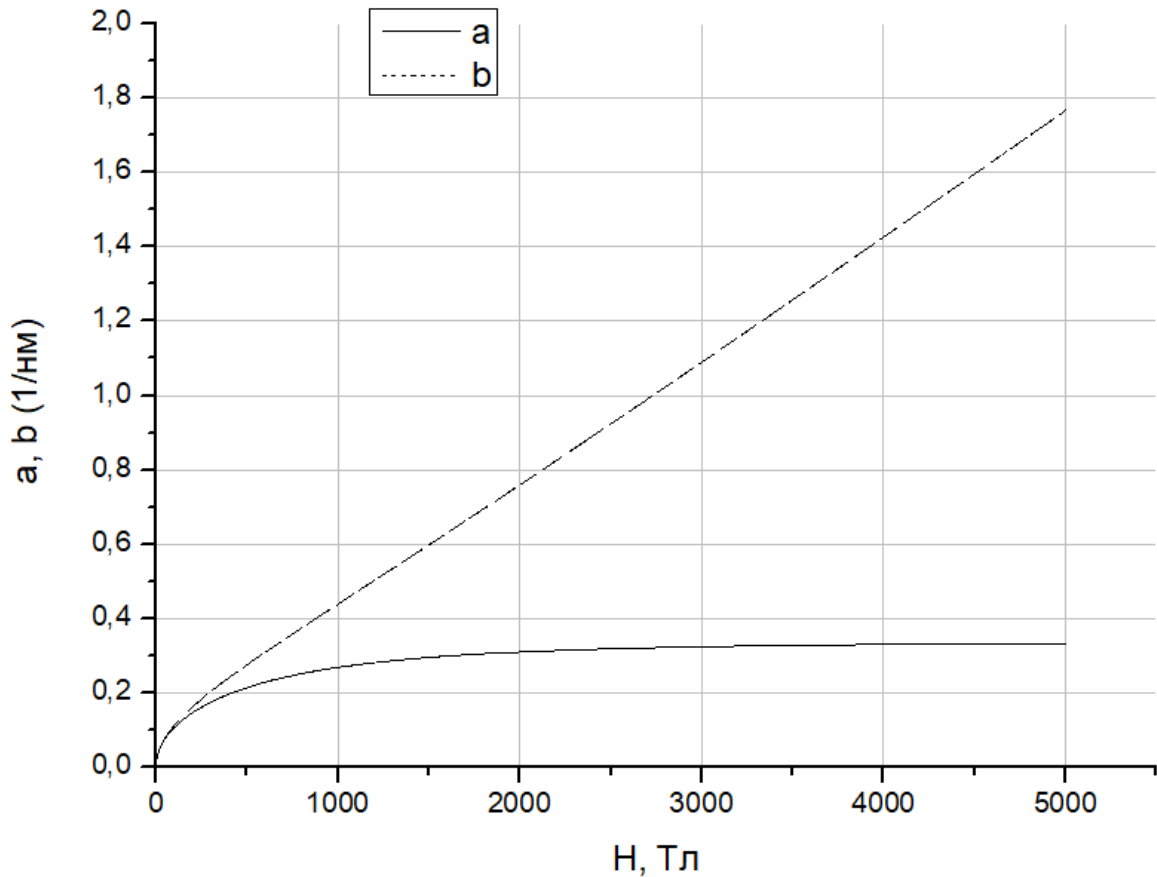


Рис. 6. Зависимости  $a(H)$  и  $b(H)$ . Здесь  $a(H) = \text{Re } q$ ,  $b(H) = \text{Im } q$ ,  $m_{\square} \sim e^{qz}$ ,  $a$  и  $b$  имеют размерность обратной длины. Обратные им величины – характерные длины, в масштабах которых происходит изменение перпендикулярных составляющих спиновой аккумуляции:  $\frac{1}{a}$  – характерный масштаб затухания спиновой аккумуляции,  $\frac{1}{b}$  – характерный масштаб

прецессии спиновой аккумуляции вокруг направления эффективного магнитного поля. При построении графиков были использованы следующие характерные значения параметров:  $\gamma = 2 \cdot 10^{11} \frac{1}{\text{с} \cdot \text{Тл}}$ ,  $\tau_{sf} = 5 \cdot 10^{-11} \text{ с}$ ,  $\tau_{\uparrow} = 0,85 \cdot 10^{-14} \text{ с}$ ,  $\tau_{\downarrow} = 0,15 \cdot 10^{-14} \text{ с}$ ,  $v_f = 10^6 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ .

## 5. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

1. При  $\gamma H \rightarrow 0$  мы имеем результат, совпадающий со случаем коллинеарной конфигурации намагниченностей многослойных магнитных структур, то есть с результатом, полученным Валетом и Фертом. В этом случае  $b = \text{Im } q \rightarrow 0$ ,  $a = \text{Re } q \rightarrow \frac{1}{l_{sf}}$ , что означает изменение спиновой аккумуляции как  $e^{\frac{z}{l_{sf}}}$ . Иными словами, показатель экспоненты будет чисто вещественным и прецессии спинов электронов проводимости происходить не будет, так как они будут коллинеарны по отношению к локальной намагниченности ферромагнитного слоя, в который попали. Данный результат свидетельствует о том, что продемонстрированный в настоящей работе подход не противоречит полученным в работе [12] результатам.
2. При  $\gamma H \rightarrow \infty$  мы имеем результат для неколлинеарной конфигурации намагниченностей многослойных магнитных структур. В этом случае  $b = \text{Im } q \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{v_f}(\gamma H)$ ,  $a = \text{Re } q \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{v_f} \left( \frac{3}{2\tau_{sf}} + \frac{1}{4\tau_{\uparrow}} + \frac{1}{4\tau_{\downarrow}} \right)$ , то есть показатель экспоненты для перпендикулярных составляющих спиновой аккумуляции будет уже комплексным и будет состоять из прецессионной части  $b$  и части  $a$ , ответственной за затухание спиновой аккумуляции в пространстве. Прецессионная часть  $b$  показывает то, насколько быстро спин электрона проводимости будет вращаться вокруг направления эффективного

поля, создаваемого локальной намагниченностью ферромагнитного слоя, в который попадает электрон проводимости.

3. Результат, полученный для  $b(H)$  при  $\gamma H \rightarrow \infty$ , является вполне ожидаемым, поскольку величина прецессии должна расти при увеличении эффективного поля. При этом полученное выражение почти совпадает с выражением для длины спиновой прецессии  $l_L$  в работе [18], отличаясь в  $\sqrt{3}$  раз, а усреднённая по трём направлениям  $l_L$  совпадает с ним полностью. Это объясняется тем, что  $l_L$  можно приблизительно считать мнимой частью показателя экспоненты в уравнении (18), при учёте соотношения различных длин.
4. Результат, полученный для  $a(H)$  при  $\gamma H \rightarrow \infty$ , может показаться спорным, так как если принять во внимание тот факт, что  $1/\tau_{sf} \ll 1/\tau_{\uparrow(\downarrow)}$ , то по виду выражения для  $a(H)$  получается, что затухание спиновой аккумуляции обуславливается по большей части не процессами переворота спина, связанными с  $\tau_{sf}$ , а обыкновенным упругим рассеянием, связанным с  $\tau_{\uparrow(\downarrow)}$  (например, рассеянием на примесях), которое может приводить к сбою фазы прецессионного движения электронов проводимости.

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, полученные с помощью продемонстрированного подхода к расширению теории спинового транспорта Валета и Ферта результаты можно считать удовлетворительными, поскольку они не противоречат результатам, полученным ранее, а также, в отличие от выражений, полученных в работе [17], предполагают две разные шкалы длины для затухания и прецессии спиновой аккумуляции, причём выражения для них найдены в явном виде, чего не было продемонстрировано в работе [18].

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. M. N. Baibich, J. M. Broto, A. Fert, F. Nguyen Van Dau, F. Petroff, P. Etienne, G. Creuzet, A. Friederich, J. Chazelas. Giant magnetoresistance of (001)Fe/(001)Cr magnetic superlattices. // *Phys. Rev. Lett.*, 61:2472–2475 – 1988.
2. G. Binasch, P. Grunberg, F. Saurenbach, W. Zinn. Enhanced magnetoresistance in layered magnetic structures with antiferromagnetic interlayer exchange. // *Phys. Rev. Lett.*, 39:4828–4830 – 1989.
3. Layered Magnetic Structures: Evidence for Antiferromagnetic Coupling of Fe Layers across Cr Interlayers // *Phys. Rev. Lett.* – 1986.
4. Mott N. The electrical conductivity of transition metals // *Proc. R. Soc. London A.* - 1936. - V.153.
5. А. В. Ведяев, О. А. Котельникова, Н. В. Рыжанова. Спин-зависящий транспорт в магнитных наноструктурах. – М.: Издательство Московского университета, 2012. – 144 с.
6. N. Ashcroft, N. Mermin. *Solid state physics.* – New York: Holt, Rinehart and Winston, 1976.
7. Fert A. Origin, Development, and Future of Spintronics (Nobel Lecture) – *Rev. Mod. Phys.* 80 – 2008.
8. А.М. Korostil, М.М. Krupa. Features of Microwave Magnetic Dynamics in Nanostructures with Strong Spin–Orbit Interaction // *Успехи физики металлов.* – 2016.
9. J. C. Slonzewski. Theory of the perpendicular magnetoresistance in magnetic multilayers. *JMMM*, 159: L1–L7, 1996.
10. J. C. Slonzewski. Currents and torques in metallic magnetic multilayers. *JMMM*, 247:324–338, 2002.

11. L. Berger. Emission of spin waves by a magnetic multilayer traversed by a current // Phys. Rev. B 54 – 1996.
12. Valet T., Fert A. Theory of the perpendicular magnetoresistance in magnetic multilayers // Phys. Rev. B. – 1993. – V.48, N.10.
13. J. Barnas, A. Fuss, R. E. Camley, P. Griinberg, W. Zinn. – Phys. Rev. B42 – 1990.
14. Campbell I. A., Fert A. Transport properties of ferromagnets – Ferromagnetic Materials, Vol. 3 – Edited by E.P. Wohlfarth – 1982.
15. P. C. van Son, H. van Kempen, and P. Wyder, Phys. Rev. Lett. 58 – 1987.
16. Camley R. E. Theory of giant magnetoresistance effects in magnetic layered structures with antiferromagnetic coupling // Physical Review Letters. — 1989.
17. Zhang S., Levy P. M., Fert A. Mechanisms of spin-polarized current-driven magnetization switching // Phys. Rev. Lett. – 2002. – V.88, N.23.
18. Petitjean C., Luc D., Waintal X. Unified drift-diffusion theory for transverse spin currents in spin valves, domain walls, and other textured magnets // Phys. Rev. Lett. – 2012.